Institutionen för matematik, **KTH**
Mats Boij

Tentamen i 5B1118 Diskret matematik 5p
20 december, 2000

Skrivtid: 08.00-13.00
Inga hjälpmedel tillåtna.

För godkänt = betyg 3 fordras minst 16 poäng, för betyg 4 minst 22 poäng och för betyg 5 minst 30 poäng inklusive bonuspoäng. Det maximala antalet poäng är angivet inom parentes vid varje uppgift. Ange bonuspoäng på skrivningsomslaget.

Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa. Motivera väl!

1) Beräkna $x^4 + 2x^3 + 3$ för alla värden på x i $\mathbf{Z}_5$. **(3p)**

2) Bestäm alla positiva heltalslösningar till ekvationen

$$9x + 12y = 57.$$

(3p)

3) Ett barn har fem gula klossar, tre blå klossar och fyra röda klossar. Hur många olika torn kan barnet bygga genom att stapla alla klossar på varandra? **(3p)**

4) Den linjära kod som har paritetskontrollmatris

$$H = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

rättar ett fel. Vilket ord har skickats om det uppstått ett fel och det mottagna ordet är 110011? **(3p)**

5) Avgör om graferna som ges av följande granntabeller är isomorfa.

1	2	3	4	5	6
4	4	4	1	2	1
6	5	5	2	3	2
	6	6	3		3

1	2	3	4	5	6
4	3	2	1	2	1
6	4	5	2	3	4
	5		6	6	5

(3p)

6) Om man slår med en tärning finns sex olika utfall. Om man slår med två likadana tärningar finns 21 olika utfall. Hur många olika utfall finns det om man slår med fyra likadana tärningar? **(4p)**

7) Skriv polynomet $x^3 + x + 2$ som en produkt av irreducibla polynom i $\mathbf{Z}_3[x]$. **(4p)**

8) Visa att en kantfärgning av en bipartit graf med k färger är ekvivalent med k parvis disjunkta matchningar och använd detta för att visa att en regulär bipartit graf har en fullständig matchning. **(4p)**

9) Använd genererande funktioner för att bestämma lösningen till rekursionen $a_0 = 1$, $a_1 = 2$, och

$$a_n - 3a_{n-1} + 2a_{n-2} = 2^n,$$

för $n \geq 2$. **(4p)**

10) Låt a vara rotation av planet med ett femtedels varv medsols kring origo och låt b vara spegling i en linje genom origo. Visa att mängden

$$G = \{id, a, a^2, a^3, a^4, b, ab, a^2b, a^3b, a^4b\}$$

bildar en grupp under sammansättning och att $a^k b = ba^{-k}$ för varje heltal k. **(4p)**