

Institutionen för matematik, **KTH**
Mats Boij och Niklas Eriksen

Tentamen i 5B1118 Diskret matematik 5p
11 april, 2002

Skrivtid: 8.00-13.00

Inga hjälpmedel tillåtna.

För godkänt = betyg 3 fordras minst 16 poäng, för betyg 4 minst 22 poäng och för betyg 5 minst 30 poäng. De som har godkänt från inlämningsuppgifterna får tillgodoräkna sig motsvarande uppgift med 3 poäng. Ange de uppgifter du får tillgodoräkna dig med ett G på övre delen av skrivningsomslaget. Det maximala antalet poäng är angivet inom parentes vid varje uppgift.

Redovisa lösningarna på ett sådant sätt att beräkningar och resonemang är lätta att följa. Motivera väl!

1. Bestäm det minsta positiva heltal n sådant att $31n + 13$ är delbart med 27. **(3)**
2. Den booleska funktionen f ges av $f(x, y, z) = (x + y)z + xy$. Skriv f och \bar{f} på disjunktiv normalform. **(3)**
3. Illustrera metoden med successiv kvadrering genom att beräkna $3^{28} \pmod{77}$. **(3)**
4. Bestäm samtliga delgrupper av ordning tre i den symmetriska gruppen S_4 . **(3)**
5. Låt G vara en graf med sex hörn som svarar mot de sex sidorna i en kub och vars kanter svarar mot de par av sidor som har en gemensam kant. Avgör om G har någon Eulerväg och om G har någon Hamiltoncykel. **(3)**

6. Grafen G ges av nedanstående grantabell. Vilket är det minsta antalet färger som krävs för att hörnfärga, respektive kantfärga, grafen G ?

1	2	3	4	5	6	7
2	1	2	2	1	1	4
5	3	4	3	2	7	5
6	4		7	7		6
	5					

(4)

7. Låt $\pi = 136542$ och $\sigma = 216354$ vara två permutationer i S_6 angivna i enradsnotation.

(a) Visa att π och σ är *konjugerade* genom att bestämma en permutation τ sådan att $\pi\tau = \tau\sigma$.

(b) Hur många permutationer τ i S_6 uppfyller $\pi\tau = \tau\sigma$?

(4)

8. Låt a och b vara element i en abelsk (kommutativ) grupp och antag att ordningarna för a och b är m respektive n . Visa att ordningen för ab är en delare i

$$\frac{mn}{\text{sgd}(m, n)}$$

och visa dessutom genom ett exempel att detta inte behöver gälla om gruppen inte är abelsk.

(4)

9. Visa att ett positivt heltal är delbart med tre om och endast om dess siffersumma är delbar med tre när talet skrivs i hexadecimal form. Exempelvis är den hexadecimala formen för tjuogoett 15 och vi får då siffersumman $1 + 5 = 6$, vilken är delbar med tre.

(4)

10. Med en linjär kod C av längd fem som rättar ett fel har följande bitström mottagits:

1011000100001111111011001.

Rätta meddelandet om det uppstått så få fel som möjligt. Detta är ett rimligt antagande om störningen är relativt liten, exempelvis om sannolikheten för fel i en given bit är en hundraedel.

(4)