

# Utjämnare

## Hemuppgift för E2

### 5B1209, HT 2006

## Introduktion

Ett vanligt problem när man överför data är att en fördröjd och amplitudskalad version av signalen adderas till ursprungssignalen. Inom telefoni upplevs detta som ett eko och beror där på att en del av signalen i mottagarändan returneras till sändaren som sedan pga fördröjningen i signalen uppfattar ett eko av sin egen röst. Fenomenet beror på obalanser i kretsimpedanser. Inom mobiltelefoni uppstår fenomenet pga att en radiovåg, förutom att gå raka vägen från sändare till mottagare, också ibland kan nå mottagaren efter att först ha studsats mot något föremål. Detta betyder att två (eller flera) tidsförskjutna versioner av samma signal når mottagarantennen. Problemet uppstår inte bara vid telefoni utan vid i princip varje typ av fysisk signalöverföring.

När man överför digital information ställer denna dispersion (utspridning) av signalen över tiden till stora problem. Den signal som når mottagaren är ju inte alls den som skickades iväg av sändaren, jfr figur 1. Räddningen är att använda vad som kallas för utjämnare (equalizer på engelska). I denna hemuppgift ska du själv konstruera en enkel utjämnare.

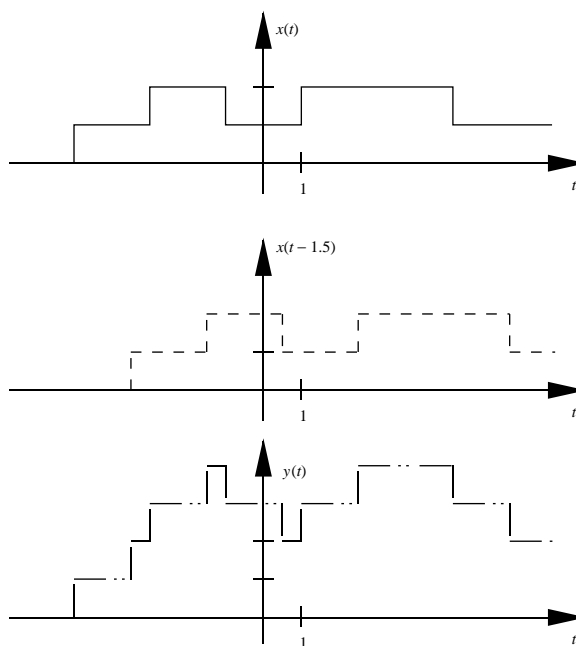


Fig.1: Exempel på dispersion.  $y(t) = x(t) + x(t - 1.5)$

## Problembeskrivning

I den tillämpning som du ska studera handlar det om att överföra en tidskontinuerlig meddelandesignal  $x(t)$  som bara kan anta värdena 0, 1, 2, 3. Man vet att den mottagna signalen ges av

$$y(t) = A_0x(t) + A_1x(t - \beta) + e(t), \quad (1)$$

där  $e(t)$  är brus som adderas under överföringen.

Innan meddelandesignalen skickas iväg skickar sändaren ut en för mottagaren känd testsignal

$$x_{test}(t) = \sin(2\pi f_0 t), \text{ då } 0 \leq t \leq P, \text{ och annars } = 0,$$

under ett tidsintervall  $P$  som är en heltalsmultipel av signalens periodtid. Motsvarande mottagna signal,

$$y_{test}(t) = A_0x_{test}(t) + A_1x_{test}(t - \beta) + e(t), \quad (2)$$

kan användas för att bestämma systemkonstanterna  $A_0$ ,  $A_1$  och  $\beta$ . För att förenkla problemställningen ska vi anta att tidsfördröjningen  $\beta$  är känd. Problemet består i att med hjälp av mottagna sampel  $y_{test}(nT)$  och  $y(nT)$ ,  $n = 0, 1, 2, \dots, N$  ( $T$  är samplingsintervallet) bestämma meddelandesignalen  $x(t)$  vid sampeltidpunkterna  $nT$  så noggrant som möjligt. Nedan följer en beskrivning på ett möjligt tillvägagångssätt.

## Utjämning i frekvensplanet

Ett sätt att återskapa  $x(t)$  är genom att betrakta sambandet mellan signalerna i frekvensplanet.

- i) *Utjämning*. Låt  $X(f)$  vara fouriertransformen av  $x(t)$ . Då kan man om vi försummar brusets inverkan så kommer  $y$ :s fouriertransform ges av

$$Y(f) = H(f)X(f), \quad (3)$$

där den sk frekvensfunktionen  $H(f)$  beror på  $A_0$ ,  $A_1$  och  $\beta$ , men inte av signalen  $x(t)$ .

Det betyder att vi kan bestämma  $X(f)$  om vi känner  $Y(f)$  och  $H(f)$  genom sambandet

$$X(f) = Y(f)/H(f). \quad (4)$$

Genom att inverstransformera detta uttryck så kan sedan  $x(t)$  återskapas. I praktiken får vi, pga av bruset, en approximation  $\hat{x}(t)$  till  $x(t)$  med detta förfarande.

- ii) *Parameteridentifiering*. För att kunna bestämma  $X(f)$  ur (4) krävs att  $H(f)$  är känd. Det är för detta ändamål testsignalen utnyttjas. Sambandet (3) kan ju också skrivas

$$H(f) = Y(f)/X(f)$$

och gäller t.ex. om vi stoppar in testsignalens ( $x_{test}$ ) fouriertransform  $X_{test}(f)$  som  $X(f)$  och motsvarande mottagna signals fouriertransform  $Y_{test}(f)$  som  $Y(f)$ , dvs

$$H(f) = Y_{test}(f)/X_{test}(f). \quad (5)$$

Sålunda kan  $H(f)$  bestämmas för alla frekvenser för vilka testsignalens fouriertransform  $X_{test}(f) \neq 0$ . För testsignalen ovan:

$$x_{test}(t) = \begin{cases} \sin(2\pi f_0 t), & 0 \leq t \leq P, \\ 0 & \text{för övrigt,} \end{cases}$$

så kan dock  $H(f)$  bara bestämmas för  $f = f_0$  på detta sätt. Varför?

Turligt nog så kan systemkonstanterna  $A_0$  och  $A_1$  bestämas ur  $H(f_0)$ . Dessa kan sedan användas för att bestämma  $H(f)$  för alla frekvenser.

- iii) *Tröskling*. Även om man lyckas perfekt med utjämningen så kommer den resulterande signalen att skilja sig från meddelandesignalen pga bruset  $e(t)$ . Eftersom man på förhand vet att  $x(t)$  bara kan anta värdena 0, 1, 2, 3 så brukar man avrunda den utjämnade signalen  $\hat{x}(t)$  till det närmsta av dessa värden. Detta brukar kallas tröskling.

## Data

Data fås genom att ladda ner MATLAB funktionen `data` från kursens hemsida. Funktionsanropet är

```
[testsignal,datasignal,fs,beta]=data(dateofbirth)
```

och funktionen genererar  $y_{test}$  (`testsignal`),  $y$  (`datasignal`), samplingsfrekvens (`fs`) och tidsfördröjning (`beta`). Samplingsfrekvensen (11025 Hz) är mycket hög i detta fall så signalernas fouriertransformer approximeras väl med hjälp av funktionen `ftfast`.

Som indata ska du ange din födelsedag på formen `ååååmmdd`. Datumet används för att generera systemkonstanterna  $A_0$  och  $A_1$  som för dig är obekanta.

# Redovisning

Redovisningen består av två delar, en Matlabfunktion som löser uppgiften och en teknisk rapport.

## Matlabfunktion

Redovisning av löst uppgift sker genom att skicka ett email till `hansr@kth.se` som innehåller en matlabfunktion med namnet `hw $pnr$`  där `pnr` är personnummret på någon i gruppen, t.ex. `hw7701028694`. Funktionsanropet ska vara

```
xhat=hw $pnr$ 
```

där utargumentet `xhat` är en vektor som innehåller approximationen av den utsända signalen `x` vid samplingstidpunkterna.

Funktionen `hw $pnr$`  får anropa `data`, `ftfast` och `ifftfast` men inga andra funktioner som inte är MATLABs egna. Funktionen får inte ha något inargument.

Titelraden i emaillet ska vara Hemuppgift och i maillet ska namn och personnummer på gruppmedlemmarna anges.

## Teknisk rapport

Projektet ska beskrivas i en teknisk rapport. Den skall vara organiserad på det sätt som är brukligt för tekniska och vetenskapliga publikationer. Det viktigaste med rapporten är att en läsare ska kunna återskapa era resultat utifrån rapporten. Tänk dig in i situationen att du jobbar som utvecklingsingenjör på ett företag som tänker sig att börja tillverka en utjämnare. Din rapport ska utgöra det tekniska underlaget för din chef.

Rapporten skall vara skriven på svenska eller engelska. I granskningen ställs krav på såväl pedagogisk framställning, sakinnehåll, layout som språkliga kvaliteter. Använd formuläret som finns som sista blad i den här skriften som försättsblad.

Arbetet kan utföras individuellt eller i grupp. Rapporten skall författas av *en eller maximalt två författare*. Arbetsinsatsen för denna hemuppgift skall motsvara 20h heltidsarbete (0.5 poäng) per student.

## Rapportens innehåll

Rapporten skall beskriva grunden för utjämnning och *skall* bl.a. innehålla följande moment:

- Beskrivning av hur (3) fås ur (1) och ett uttryck för  $H(f)$  som funktion av  $A_0$ ,  $A_1$  och  $\beta$ .
- En förklaring varför (5) bara kan användas för att bestämma  $H(f)$  för  $f = f_0$  och inte vid andra frekvenser när testsignalen är sinusformad med frekvensen  $f_0$ .
- Man vet att den utsända testsignalen ges av

$$x_{test}(t) = \begin{cases} \sin(2\pi f_0 t), & 0 \leq t \leq P \\ 0, & \text{för övrigt} \end{cases}$$

och att den mottagna testsignalen ges av (2) men frekvensen  $f_0$  är inte känd. Förklara hur  $f_0$  kan bestämmas ur den mottagna testsignalen  $y_{test}(t)$ . Illustrera med en plot. Ge också ett uttryck för  $X_{test}(f)$  samt förklara relationen mellan denna fouriertransform och fourierserietvecklingen av en period av  $x_{test}(t)$ .

- En beskrivning av hur  $A_0$  och  $A_1$  fås ur  $H(f_0)$ .

**Notera att för godkänt krävs:**

- Minst 95% korrekt återskapade värden.
- Rapporten inklusive plottar och grafer skall vara maximalt 3 sidor lång (rapportmall finns på hemsidan).
- Rapporten och bedömningsmall skall vara ihopäftad, bedömningsmallen överst.
- Rapportskrivning och implementering ska ske enskilt eller parvis.
- Titel, författare samt personnummer skall anges överst på sid 1. i rapporten (använd **ej** separat titelsida).
- Om ni arbetar i större grupper än två personer, eller på annat sätt samarbetar skall detta anges som en "anmärkning" i rapporten.

**Deadline: Inlämning senast torsdagen den 7 december till lektionsledaren.**

I "nödfall" kan rapporten också postas (också senast den 7/12) till adressen:  
Hans Ringström, Institutionen för matematik, KTH, 100 44 STOCKHOLM.

Rapporter tas *ej* emot via fax, email, etc.

Rapporterna kommer att tilldelas betyget **Godkänt** eller **Underkänt**. En notis kommer att sättas upp på kursens hemsida när rapporterna är rättade.

Är rapporten underkänd kan den kompletteras och revideras samt lämnas in en andra gång senast 070207. Notera att rapporter inlämnade efter deadline kommer att behandlas i denna senare grupp.

Observera att det är tillåtet att samarbeta (diskutera resultat och metoder) mellan olika grupper. **Dock ska implementering av programkod och rapportskrivning ske enskilt eller parvis.**

## Bedömningsmall för hemuppgift i 5B1209 Signaler och system I

*Endast uppgifterna i denna ruta skall fyllas i.*

Titel : .....

Författare : .....

	<b>G</b>		<b>U</b>	
rapportens längd (totalt antal sidor)	$\leq 3$ sidor <input type="checkbox"/>		$> 3$ <input type="checkbox"/>	
antal författare	$\leq 2$ st <input type="checkbox"/>		$> 2$ <input type="checkbox"/>	
författarnas namn, titel anges	ja <input type="checkbox"/>		nej <input type="checkbox"/>	
är upplägget/språket lätt att följa	ja <input type="checkbox"/>	oftast <input type="checkbox"/>	ibland <input type="checkbox"/>	nej <input type="checkbox"/>
resultat finns	ja <input type="checkbox"/>	de flesta <input type="checkbox"/>	ett fåtal <input type="checkbox"/>	nej <input type="checkbox"/>
resultat är korrekta	ja <input type="checkbox"/>	de flesta <input type="checkbox"/>	ett fåtal <input type="checkbox"/>	nej <input type="checkbox"/>
går resultaten att återskapas	ja <input type="checkbox"/>	de flesta <input type="checkbox"/>	nej <input type="checkbox"/>	
används matematiska verktyg på rätt sätt	ja <input type="checkbox"/>	oftast <input type="checkbox"/>	nej <input type="checkbox"/>	framgår ej <input type="checkbox"/>
<b>första granskning</b>	<b>G</b> <input type="checkbox"/>		<b>U</b> <input type="checkbox"/>	Sign:
.....				.....
<b>andra granskning (vid U ovan)</b>	<b>G</b> <input type="checkbox"/>		<b>U</b> <input type="checkbox"/>	Sign:

Godkänd

Signatur: