

10.3.33.

$$\mathbf{X} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2xy \\ 1 - x^2 + y^2 \end{pmatrix} = \mathbf{g}(\mathbf{X})$$

$$\text{Kritiska punkter: } \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2xy \\ 1 - x^2 + y^2 \end{pmatrix} \cdot$$

a) $x = 0$ $1 + y^2 = 0$, Reell lösning saknas.

b) $y = 0$ $x = \pm 1$, $(x, y) = (\pm 1, 0)$

$$\mathbf{g}'(\mathbf{X}) = \begin{pmatrix} 2y & 2x \\ -2x & 2y \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{g}(1,0) = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 0 \end{pmatrix}, \quad = 4 > 0, \quad \tau = 0.$$

Ingen slutsats kan dras.

$$\mathbf{g}(-1,0) = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \quad = 4 > 0, \quad \tau = 0.$$

Ingen slutsats kan dras.

Vi använder fasplanmetoden.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{\dot{y}}{\dot{x}} = \frac{1 - x^2 + y^2}{2xy}$$

$$2xy \frac{dy}{dx} = 1 - x^2 + y^2$$

Sätt: $z = y^2$, $\frac{dz}{dx} = 2y \frac{dy}{dx}$

$$x \frac{dz}{dx} = 1 - x^2 + z$$

$$\frac{dz}{dx} - \frac{1}{x}z = \frac{1}{x} - x$$

$$\frac{1}{x} \frac{dz}{dx} - \frac{1}{x} \frac{1}{x} z = \frac{1}{x} \left(\frac{1}{x} - x \right)$$

$$\frac{d}{dx} \frac{1}{x} z = \frac{1}{x^2} - 1$$

$$\frac{z}{x} = -\frac{1}{x} - x + C$$

$$z = -1 - x^2 + Cx$$

$$y^2 = -1 - x^2 + Cx$$

$$x^2 - Cx + y^2 = -1, \quad C = 2a$$

$$(x - a)^2 + y^2 = a^2 - 1$$

Cirklar.