Z.C.2.3.31.

$$y' + 2y = f(x) = \begin{cases} 1 \,, & 0 \le x \le 3 \\ 0 \,, & x > 3 \end{cases} \,, \quad y(0) = 0$$

En integrerande faktor är : e^{2x}.

Multiplicera med e^{2x}.

$$e^{2x}y' + e^{2x}2y = \begin{cases} e^{2x} \,, & 0 \le x \le 3 \\ 0 \,, & x > 3 \end{cases}$$

$$(e^{2x}y)' = \begin{cases} e^{2x} \,, & 0 \le x \le 3 \\ 0 \,, & x > 3 \end{cases}$$

$$e^{2x}y = \begin{cases} \dfrac{e^{2x}}{2} + C_1 \ , \ \ 0 \le x \le 3 \\ C_2 \ , \ \ x > 3 \end{cases}$$

Vi söker en lösning som är kontinuerlig och styckvis deriverbar.

Begynnelsevillkoret $y(0) = 0$ ger: $0 = \dfrac{1}{2} + C_1 \ , \ \ C_1 = -\dfrac{1}{2}.$

$$y = \begin{cases} \dfrac{1 - e^{-2x}}{2} \ , \ \ 0 \le x \le 3 \\ C_2 e^{-2x} \ , \ \ x > 3 \end{cases}$$

Kontinuitetsvillkoret ger : $C_2 e^{-6} = \dfrac{1 - e^{-6}}{2}.$

$$C_2 = \frac{e^{6} - 1}{2}$$

$$y = \begin{cases} \dfrac{1 - e^{-2x}}{2}, & 0 \le x \le 3 \\ \dfrac{e^{6} - 1}{2} e^{-2x}, & x > 3 \end{cases}$$