Z.C.3.2.3.

$$\boxed{\frac{dP}{dt} = P(10^{-1} - 10^{-7}P)\ , \quad P(0) = 5000.}$$

$$\boxed{\frac{dP}{dt} = 10^{-7}P(10^{6} - P)}$$

$\boxed{\text{Separabel.}}$

$$\boxed{\text{Stationära lösningar: } P = 0 \ \text{ och } P = 10^{6}.}$$

$$\boxed{\frac{10^{7}}{P(10^{6} - P)}\frac{dP}{dt} = 1}$$

$$\boxed{\left(\frac{10}{P} + \frac{10}{10^{6} - P}\right)\frac{dP}{dt} = 1}$$

$$\boxed{\ln\left|\frac{P}{10^6 - P}\right| = \frac{t}{10} + \ln|C_1|}$$

$$\boxed{\frac{P}{10^6 - P} = \pm C_1 e^{\frac{t}{10}} = Ce^{\frac{t}{10}}}$$

Villkoret $P(0) = 5000$ ger : $C = \dfrac{5000}{10^6 - 5000} = \dfrac{5000}{995000} = \dfrac{1}{199}$.

$$\boxed{P = 10^6 Ce^{\frac{t}{10}} - PCe^{\frac{t}{10}}}$$

$$\boxed{P = \frac{10^6 Ce^{\frac{t}{10}}}{1 + Ce^{\frac{t}{10}}} = \frac{10^6}{1 + C^{-1}e^{-\frac{t}{10}}} = \frac{10^6}{1 + 199e^{-\frac{t}{10}}}}$$

$$\lim_{t\to\infty} P(t) = \lim_{t\to\infty} \frac{10^6}{1+199e^{-\frac{t}{10}}} = 10^6$$

Låt $t_{0.5}$ vara den tid då befolkningen är $\frac{1}{2}10^6$.

$$\frac{1}{2}10^6 = \frac{10^6}{1+199e^{-\frac{t_{0.5}}{10}}}$$

$$199 = e^{\frac{t_{0.5}}{10}}$$

$t_{0.5} = 10\ln 199 \approx 53$ månader $= 4$ år och 5 månader