Z.C.4.2.20.

$$y'' - 4y' + 3y = x \ , \ \ y_1 = e^x .$$

Vi bestämmer allmänna homogena lösningen först och därefter en partikulärlösning.

Sätt: $y = e^x z \ , \ y' = e^x z + e^x z' \ , \ y'' = e^x z + 2e^x z' + e^x z''.$

Insättning i den homogena DE ger :

$$e^x z + 2e^x z' + e^x z'' - 4\{e^x z + e^x z'\} + 3e^x z = 0$$

$$z'' - 2z' = 0$$

$$\boxed{\text{Sätt}:\ u = z',\ u' = z''.}$$

$$\boxed{u' - 2u = 0}$$

$$\boxed{u = Ce^{2x} = z'}$$

$$\boxed{z = \frac{C_1}{2}e^{2x} + C_2}$$

$$\boxed{y = e^x z = e^x\{\frac{C_1}{2}e^{2x} + C_2\} = C_3 e^{3x} + C_2 e^x}$$

Ansätt $y_p = ax + b$. $y_p' = a$, $y_p'' = 0$.

Insättning i den inhomogena DE ger :

$$0 - 4a + 3\{ax + b\} = x$$

Identifiering ger :

$$\begin{cases} x: & 3a = 1 \\ x^0: & -4a + 3b = 0 \end{cases}$$

$$a = \frac{1}{3}\ ,\ \ b = \frac{4}{9}$$

$$y_p = \frac{1}{3}x + \frac{4}{9} = \frac{3x+4}{9}$$

Vi erhåller den allmänna lösningen :

$$y = C_3 e^{3x} + C_2 e^{x} + \frac{3x+4}{9}$$