Z.C.4.6.14.

$$\boxed{y'' - 2y' + y = e^t \arctan t}$$

Linjärt oberoende lösningar till den homogena DE är :

$$\boxed{y_1 = e^t \quad \text{resp} \quad y_2 = te^t}$$

Den homogena lösningen ges av:

$$\mathrm{y}_\mathrm{h} = C_1 e^t + C_2 t e^t$$

Bestäm en partikulärlösning.

Variation av parametrar med ansatsen :

$$y_p = u(t)e^t + v(t)te^t$$

ger följande system :

$$\begin{pmatrix} e^t & te^t \\ e^t & te^t + e^t \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u' \\ v' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ e^t \arctan t \end{pmatrix}$$

Systemdeterminanten = Wronskideterminanten = e^{2t} .

$$
\begin{cases}
u' = \dfrac{\begin{vmatrix} 0 & te^{t} \\ e^{t}\arctan t & te^{t}+e^{t} \end{vmatrix}}{e^{2t}} = -t\arctan t \\[2ex]
v' = \dfrac{\begin{vmatrix} e^{t} & 0 \\ e^{t} & e^{t}\arctan t \end{vmatrix}}{e^{2t}} = \arctan t
\end{cases}
$$

Integrera map t: BETA: Sid 170 nr 311 och 309.

$$
\begin{cases}
u = -\dfrac{1}{2}[(1+t^{2})\arctan t - t] \\[2ex]
v = \dfrac{1}{2}[2t\arctan t - \ln(1+t^{2})]
\end{cases}
$$

Vi erhåller partikulärlösningen :

$$y_p = e^t\left[\frac{t}{2} - \frac{1+t^2}{2}\arctan t\right] + te^t\left[t\arctan t - \frac{1}{2}\ln(1+t^2)\right]$$

Allmänna lösningen ges av:

$$y = y_h + y_p$$

$$y = C_1 e^t + Bte^t + \frac{e^t}{2}\left[(t^2-1)\arctan t - t\ln(1+t^2)\right]$$

```
> with(DEtools):
> dsolve(diff(x(t),t$2)=

2*diff(x(t),t)-x(t)-exp(t)*arctan(t),x(t));

  x(t) = - 1/2 exp(t) t^2 arctan(t) - 1/2 exp(t) t

         + 1/2 exp(t) arctan(t) + 1/2 exp(t) t ln(t^2+ 1)

         + _C1 exp(t) + _C2 exp(t) t
```