

Matematiska Institutionen
KTH

Några övningar på inre produktrum inför lappskrivning nummer 4 på kursen Linjär algebra, SF1604, ht 07.

OBS Några av uppgifterna nedan är kanske svårare än den uppgift som kommer på lappskrivningen.

1. Betrakta R^4 med den inre produkten

$$\langle (x_1, x_2, x_3, x_4) | (y_1, y_2, y_3, y_4) \rangle = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3 + x_4y_4.$$

Bestäm en ortogonalbas till $L = \text{span}\{(1, 1, 2, 1), (2, 1, -1, -2), (1, 1, 1, 1)\}$ samt utvidga denna bas till en ortogonalbas för hela R^4 . Använd sedan den ortogonalbas du fann för L för att bestämma ortogonala projektionen av vektorn $(1, 2, 1, 1)$ på L .

2. Betrakta R^3 . Visa att produktbildningen

$$\langle (x_1, x_2, x_3) | (y_1, y_2, y_3) \rangle = x_1y_1 + x_1y_2 + x_2y_1 + x_2y_2 + 7x_3y_3$$

inte är någon inre produkt på R^3 .

3. Lös i minstakvadratmening följande system

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ 2x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 + 2x_2 = 2 \\ 2x_1 + 2x_2 = 3 \end{cases}$$

4. Betrakta R^4 . Bestäm (ortogonala) projektionen av vektorn $(1, 2, 2, 3)$ på delrummet

$$\text{span}\{(1, 2, 1, 2), (1, 1, 2, 2)\}$$

till R^4 . (Standardskalärprodukt.)

5. Undersök om det finns tal a , b och c så att nedanstående matris blir en ortogonalmatris:

$$\begin{pmatrix} 1/\sqrt{3} & a & a \\ 3/\sqrt{14} & -1/\sqrt{14} & b \\ -1/\sqrt{42} & c & -4/\sqrt{42} \end{pmatrix}$$

6. Betrakta R^3 . Vektorerna $\bar{u} = (1, 2, 1)$, $\bar{v} = (1, 1, 1)$ och $\bar{w} = (2, 1, 0)$ har i en bas $\bar{f}_1, \bar{f}_2, \bar{f}_3$ koordinaterna $\bar{u} = (1, 1, 1)_f$, $\bar{v} = (1, 0, 1)_f$ och $\bar{w} = (0, 1, 1)_f$. Bestäm basvektorerna $\bar{f}_1, \bar{f}_2, \bar{f}_3$.

7. Bestäm ortogonala komplementet till lösningsrummet till följande system:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 7x_4 = 0 \end{cases}$$

8. Låt P_2 vara rummet av polynom av grad högst två och med den inre produkten

$$\langle p(t), q(t) \rangle = \int_0^1 p(t)q(t)dt.$$

Bestäm en ortogonal bas i P_2 .

Lösningar kommer förhoppningsvis ut på kurshemsidan senast några dagar före lappskrivningen.