

Skrivningskod:   
Glöm den inte!

Om du vill:   
Lägg till tre bokstäver.

KTH Matematik  
Olof Heden

$\Sigma$ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	årskurs

**Kontrollskrivning 3B, fredagen den 27 april 2007, 13.15–14.15,  
i 5B1118 Diskret matematik för Media1**

Inga hjälpmedel tillåtna.

Minst 8 poäng ger godkänt.

Godkänd ks  $n$  medför godkänd uppgift  $n$  vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år),  $n = 1, \dots, 5$ .

13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng till tentamen.

**Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.**

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

**Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!**

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar  $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar  $-\frac{1}{2}$ p.)  
Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)  
**Kryssa för** om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå!)

	sant	falskt
a) För inversen $a^{-1}$ till ett element $a$ i en grupp $G$ gäller alltid att $a \circ a^{-1} = a^{-1} \circ a$		
b) En grupp $G$ med 21 element kan ha element vars ordning är 4		
c) Varje grupp har minst en cyklisk delgrupp.		
d) Till varje naturligt tal $n \geq 1$ finns minst en grupp med $n$ stycken element.		
e) För varje delgrupp $H$ till en grupp $G$ gäller att antalet element i $H$ delar antalet element i $G$ .		
f) I alla grupper $G$ med gruppoperationen $\circ$ gäller det att $a \circ b = b \circ a$ för alla $a, b \in G$		

poäng uppg.1

Namn	poäng uppg.2

**2a)** (1p) I gruppen  $G = (Z_{12}, +)$ , dvs elementen  $0, 1, 2, \dots, 11$  med gruppoperationen addition modulo 12, utgör mängden  $H = \{0, 6\}$  en delgrupp till gruppen  $G$ . Ange två olika höger sidoklasser till  $H$  i  $G$ .

**b)** (1p) Ange ordningen av nedanstående permutation  $\varphi$ :

$$\varphi = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 6 & 5 \end{pmatrix}.$$

**c)** (1p) Betrakta gruppen  $G = (Z_8, +)$  dvs elementen  $0, 1, 2, 3, 4, 5, 6$  och  $7$  med gruppoperationen addition modulo 8, (dvs det som vi vanligtvis betraktar gruppen  $(Z_8, +)$  som). Är följande mängd  $H$  en delgrupp till  $G$ :

$$H = \{1, 3, 6\}.$$

Namn	poäng uppg.3

**3)** (3p) Gruppen  $G = (\mathbb{Z}_7, +)$  består av de sju elementen 0, 1, 2, 3, 4, 5 och 6 och gruppoperationen är addition modulo talet 7 (dvs  $(\mathbb{Z}_7, +)$  är det som man vanligtvis betraktar den att vara).

Bestäm ordningen av samtliga element i  $G$ . (Glöm inte att motivera ditt svar.)

Namn	poäng uppg.4

4) Fyll i nedanstående tabell så att den blir en multiplikationstabellen för en abelsk grupp:

$\circ$		1	$x$	$y$	$z$	$w$
1		1	$x$	$y$	$z$	$w$
$x$		$x$	$y$			1
$y$		$y$				
$z$		$z$				
$w$						

Namn	poäng uppg.5

**5)** (3p) Låt  $\varphi = (1\ 2\ 3\ 4\ 5)$  och  $\psi = (1\ 2\ 3)(5\ 4)$ . Bestäm en permutation  $\gamma$  så att  $\varphi\gamma = \psi$ .