Skrivningskod: Glöm den inte!

Om du vill: Lägg till tre bokstäver.

KTH Matematik
Olof Heden

Σ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	årskurs

Kontrollskrivning 2A, måndagen den 23 april 2007, 08.15–09.15, i 5B1118 Diskret matematik för Media1

Inga hjälpmedel tillåtna.
Minst 8 poäng ger godkänt.
Godkänd ks n medför godkänd uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \dots, 5$.
13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng till tentamen.
Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.
Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.
Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$p. Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke–negativa heltal.)
Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

	sant	**falskt**
a) $4! = 24$.	x	
b) $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$	x	
c) $S(n,n) = 1$.	x	
d) Antalet olika binära ord av längd 11 som består av 7 nollor och 4 ettor är $\binom{11}{4}$	x	
e) Likformig sannolikhetsfördelning innebär att alla utfall i ett utfallsrum är lika sannolika.	x	
f) Följande formel gäller generellt: $\lvert A \cup B \cup C\rvert = \lvert A\rvert + \lvert B\rvert + \lvert C\rvert - \lvert A \cap B\rvert - \lvert A \cap C\rvert - \lvert B \cap C\rvert$.		x

poäng uppg.1

Namn	poäng uppg.2

2a) (1p) Beräkna multinomialkoefficienten

$$\binom{6}{2,2,2}.$$

(Det räcker att svara med ett heltal.)

$$\frac{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4\cdot 5\cdot 6}{2\cdot 2\cdot 2} = 90.$$

b) (1p) Ange antalet sätt att placera n identiska bollar i k stycken olika lådor.

$$\binom{n+k-1}{k-1.}$$

c) (1p) En man skall köpa

en kvällstidning,
tre kakor av olika sort samt
två läskedrycker av olika sort.

Hur många möjliga kombinationer av detta kan han åstadkomma om han kan välja bland

tre olika kvällstidningar,
sju olika sorters kakor och
fem olika sorters läskedrycker.

(Det räcker med att svara med ett uttryck.)

$$\binom{3}{1}\cdot\binom{7}{3}\cdot\binom{5}{2}.$$

Namn	poäng uppg.3

3) (3p) Beräkna Stirlingtalet $S(4,3)$. (Alla räkningar skall redovisas.)

$$\begin{aligned} S(4,3) &= S(3,2) + 3S(3,3) = \\ S(3,2) + 3 &= (S(2,1) + 2S(2,2)) + 3 = \\ (1 + 2 \cdot 1) + 3 &= 6. \end{aligned}$$

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) Två lärare, fyra pojkar och tre flickor skola ställ sig på ett led i en ordningsföljd enlig nedan:

lärare, pojke, flicka, pojke, flicka, pojke, flicka, pojke, lärare

dvs i ledet är varannat barn en pojke och varannat barn en flicka samt först och sist går en lärare. På hur många olika sätt kan detta ske? (Det räcker med att svara med ett uttryck, men alla motiveringar skall redovisas.)

Op1. Välj ordning på de två lärarna: $n_1 = 2$
Op2. Välj ordning på de fem pojkarna: $n_2 = 5!$
Op3. Välj ordning på de fyra flickorna: $n_3 = 4!$

Multiplikationsprincipen ger nu

SVAR: $2 \cdot 5! \cdot 4!$

Namn	poäng uppg.5

5) Bestäm antalet sätt att dela in mängden $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ i två olika delmängder sådana att elementen 1 och 2 tillhör olika delmängder. (Det räcker med att svara med ett uttryck, men alla motiveringar skall redovisas.)

Op1. Placera ut 1 och 2 i varsin delmängd: $n_1 = 1$
Op2. Gör ingenting: $n_2 = 1$
Opi. Välj den delmängd som elementet i, för $i = 3, 4, 5, 6, 7, 8$
skall tillhöra, den med ettan i eller den med tvåan i: $n_i = 2$

SVAR: $n_1n_2n_3n_4n_5n_6n_7n_8 = 1 \cdot 1 \cdot 2^6 = 64.$