Skrivningskod: Glöm den inte!	007	**Om du vill:** Lägg till tre bokstäver.	

KTH Matematik
Olof Heden

Σ p	G/U	bonus
15	G	1

Efternamn	förnamn	pnr	årskurs
Heden	Olof		

Kontrollskrivning 1A, ons 11 april 2007, 13.15–14.15, i 5B1118 Diskret matematik för Media1

Inga hjälpmedel tillåtna.
Minst 8 poäng ger godkänt.
Godkänd ks n medför godkänd uppgift n vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år), $n = 1, \ldots, 5$.
13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng till tentamen.
Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.
Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.
Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar $\frac{1}{2}$p, inget svar 0p, fel svar $-\frac{1}{2}$p.
Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke–negativa heltal.)
Kryssa för om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå)!

		sant	**falskt**
a)	$12 \equiv 3 \pmod 9$.	x	
b)	1001 är talet 17 skrivet i binär form.		x
c)	$15 \mid a \cdot b \quad \Rightarrow \quad 15 \mid a$ eller $15 \mid b$.		x
d)	Elementet 7 är inverterbart i ringen Z_{12}.	x	
e)	Det finns en **injektion** $f : \{a, b, c\} \to \{1, 2, 3, 4\}$.	x	
f)	Följande formel gäller generellt: $(A \cup B)^C = A^C \cup B^C$.		x

poäng uppg.1
3p

Namn	poäng uppg.2
Olof Heden	3p

2a) (1p) Låt $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 7\}$, $B = \{2, 4, 5, 7, 8\}$ och $C = \{1, 3, 5, 7\}$. Bestäm

$$(A \setminus B) \cup C.$$

SVAR: $\{1, 3, 5, 6, 7\}$.

b) (1p) Vad menas med (dvs hur definieras) att mängden A är **uppräkneligt oändlig** (också kallat ”uppräknelig”)?

Svar: Det finns en bijektion mellan de naturliga talen och mängden.

c) (1p) En relation R på mängden $A = \{1, 2, 3, 4\}$ definieras genom

$$R = \{(1, 2), (2, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}.$$

Är relationen en ekvivalensrelation?

Svar: Nej (Behövs ej för att få poäng men en anledning är att 1 ej är relaterat till sig självt.)

Namn	poäng uppg.3
Olof Heden	3p

3) (3p) Bestäm en lösning (x, y) till den diofantiska ekvationen

$$22x + 9y = 1.$$

$22 = 2 \cdot 9 + 4$ och $9 = 2 \cdot 4 + 1$ ger att

$$1 = 9 - 2 \cdot 4 = 9 - 2(22 - 2 \cdot 9) = 5 \cdot 9 - 2 \cdot 22.$$

Svar: $x = -2$ och $y = 5$ t ex.

Namn	poäng uppg.4
Olof Heden	3p

4) (3p) Bestäm samtliga element x och y i ringen Z_5 sådana att

$$\begin{cases} x + 2y = 2 \\ x + y = 3 \end{cases}$$

$x = 3 - y$ ger att $(3 - y) + 2y = 2$ eller $y = -1$ varur vi sluter att enda möjliga x-värde är $x = 4$. Det är lätt att kontrollera genom insättning i ekvationssystemet att dess enda möjliga värden på x och y också satisfierar systemet.

Namn	poäng uppg.5
Olof Heden	3p

5) (3p) Visa, på valfritt sätt, att $7 \mid 4^{3n} - 1$ för alla naturliga tal n.

$$4^{3n} - 1 \equiv_7 (4^3)^n - 1 \equiv_7 64^n - 1 \equiv_7 1^n - 1 \equiv_7 0$$

dvs $4^{3n} - 1 \equiv_7 0$ och därmed $7 \mid 4^{3n} - 1$.