

Skrivningskod:   
Glöm den inte!

Om du vill:   
Lägg till tre bokstäver.

KTH Matematik  
Olof Heden

$\Sigma$ p	G/U	bonus

Efternamn	förnamn	pnr	årskurs

**Kontrollskrivning 2B, on 21 november 2007, 13.15–14.15,  
i SF1610 Diskret matematik för IT2.**

Inga hjälpmedel tillåtna.

Minst 8 poäng ger godkänt.

Godkänd ks  $n$  medför godkänd uppgift  $n$  vid tentor till (men inte med) nästa ordinarie tenta (högst ett år),  $n = 1, \dots, 5$ .

13–15 poäng ger ett ytterligare bonuspoäng till tentamen.

**Uppgifterna 3)–5) kräver väl motiverade lösningar för full poäng.**

Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.

**Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!**

Skriv dina lösningar och svar på samma blad som uppgifterna, använd baksidan om det behövs.

1) (För varje delfråga ger rätt svar  $\frac{1}{2}$ p, inget svar 0p, fel svar  $-\frac{1}{2}$ p.

Totalpoängen på uppgiften rundas av uppåt till närmaste icke-negativa heltal.)

**Kryssa för** om påståendena **a)–f)** är sanna eller falska (eller avstå!)

a)  $S(n, n) = n$ .

b)  $\binom{12}{3,3,6} = \binom{12}{3,6,3}$ .

c) Om  $|A| = |B| = |C| = 5$ ,  $|A \cap B| = |B \cap C| = |C \cap A| = 2$  och  $|A \cap B \cap C| = 1$  så är  $|A \cup B \cup C| = 8$ .

d)  $\binom{n}{k} = \binom{n}{n-k}$ .

e)  $7! \leq 500$ .

f)  $(x + 1)^n = \sum_{k=0}^n x^{n-k}$ .

sant	falskt
	x
x	
	x
x	
	x
	x

poäng uppg.1

Namn	poäng uppg.2

**2a)** (1p) Ange en formel för att antalet sätt att placera ut  $n$  identiska bollar i  $k$  olika lådor.

**SVAR:**

$$\binom{n+k-1}{n}$$

**b)** (1p) Ange värdet av binomialkoefficienten

$$\binom{131}{130}.$$

(Obs svaret skall vara ett heltal.)

**SVAR:** 131

**c)** (1p) Redogör för multiplikationsprincipen.

Namn	poäng uppg.3

**3)** (3p) På hur många sätt kan ett luciatåg ordnas (eller ställas upp) om lucian går först därefter fyra tärnor och sist åtta stjärngossar, om tärnorna går i par och stjärngossarna likaså, typ

$$\begin{array}{cccccc}
 & T & T & S & S & S & S \\
 L & & & & & & \\
 & T & T & S & S & S & S
 \end{array}$$

(Det räcker att svara med ett uttryck som går att beräkna med hjälp av de fyra "räknesätten".)

**SVAR:** Lucia och fyra tärnor och åtta stjärngossar placera ut på en, fyra respektive åtta olika platser. Detta går på

$$1! \cdot 4! \cdot 8!,$$

olika sätt.

Namn	poäng uppg.4

4) (3p) Hur många "ord" av längd 5 med de fem bokstäver A, B, C, D och E kan man bilda sådana att inget av delorden AB eller DCE finns med i ordet. (Det räcker att svara med ett uttryck som går att beräkna med hjälp av de fyra "räknesätten".) (Var och en av bokstäverna A, B, C, D och E skall finnas med precis en gång i ordet.)

**SVAR:** Totalt finns  $5!$  olika ord. Låt  $A$  beteckna mängden ord som innehåller ordet  $DCE$  och  $B$  mängden ord som innehåller delordet  $AB$ . Vi tänker oss  $ABC$  som tre ihophållna bokstäver och vi har då 3 olika bokstäver att ordna till ett ord  $DCE$ ,  $A$  och  $B$ . Totalt finns det alltså  $3!$  sådana ord dvs

$$|A| = 3!.$$

På samma sätt får vi

$$|B| = 4!, \quad \text{och} \quad |A \cap B| = 2!.$$

Principen om inklusion och exklusion ger nu antalet tillåtna ord är

$$5! - 3! - 4! + 2!.$$

Namn	poäng uppg.5

5) (3p) På hur många sätt kan man i en klass, bestående av 14 flickor och 13 pojkar, utse en grupp bestående av 5 barn, om minst en flicka och minst en pojke skall ingå i gruppen. (Det räcker att svara med ett uttryck som går att beräkna med hjälp av de fyra "räknesätten".)

**LÖSNING:** Totalt finns det

$$\binom{14 + 13}{5}$$

möjliga grupper varav några saknar en pojke respektive en flicka.

Antalet som saknar en pojke är

$$\binom{14 + 0}{5}$$

och antalet som saknar en flicka är

$$\binom{0 + 13}{5}$$

**SVAR**

$$\binom{14 + 13}{5} - \binom{14 + 0}{5} - \binom{0 + 13}{5}.$$