MODELLTENTA DISKRET MATEMATIK FÖR IT2 och CL2, SF1610.

Generellt gäller att för full poäng krävs korrekta och väl presenterade resonemang.

Hjälpmedel Inga hjälpmedel är tillåtna på tentamensskrivningen.

Betygsgränser: (Totalsumma poäng är 36p.)

12	poäng totalt eller mer ger minst omdömet	Fx
15	poäng totalt eller mer ger minst betyget	E
18	poäng totalt eller mer ger minst betyget	D
22	poäng totalt eller mer ger minst betyget	C
28	poäng totalt eller mer ger minst betyget	B
32	poäng totalt eller mer ger minst betyget	A

DEL I

Var och en av nedanstående uppgifter svarar mot en kontrollskrivning. Godkänt resultat på en kontrollskrivning ger automatiskt full poäng på motsvarande uppgift. Att lösa en uppgift som man på detta sätt redan har till godo ger inga extra poäng.

1. (3p) Bestäm samtliga lösningar i ringen Z_{23} till ekvationen
$$19x + 2 = 17.$$

2. (3p) I en skolklass med 13 flickor och 12 pojkar skall man utse en grupp bestående av tre flickor och fyra pojkar. På hur många sätt kan en sådan grupp utses om precis en av pojkarna P_1 och P_2 i klassen, skall vara med i gruppen. (Svaret får innehålla de fyra räknesätten.)

3. (3p) Vi betraktar gruppen $G = (Z_{24}, +)$. Mängden $\{3, 9, 15, 21\}$ bildar en sidoklass till en delgrupp H till G. Bestäm H och ange ytterligare två sidoklasser till H i G.

4. (3p) En 1-felsrättande kod C har kontrollmatrisen
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$
   (a) (1p) Ange antalet ord i C.
   (b) (1p) Ange ett kodord $\bar{c}$ som inte är nollordet, dvs $\bar{c} \in C$ och $\bar{c} \neq 000000$.
   (c) (1p) Ordet 111111 tillhör inte C. Undersök om ordet går att rätta till ett ord $\bar{c}$ i C. Bestäm i så fall ordet $\bar{c}$.

5. (3p) Undersök om det finns något träd med 37 noder, sådana att 15 noder har valensen (=graden) 1, 15 noder har valensen 2, 4 noder har valensen 4 och 3 noder har valensen 5.

DEL II

6. (3p) Betrakta den booleska funktionen

$$f(x, y, z, w) = \overline{z\bar{w}y(x + \bar{y})}$$

Bestäm en minimal disjunktiv form för $f(x, y, z, w)$.

7. (4p) Bestäm den största gemensamma delaren till de tre talen 1980, 1680 och 1188.

8. (4p) Betrakta den kompletta (fullständiga) grafen K_{16}. Den grafen har ingen Eulerkrets. Hur många kanter måste man minst ta bort för att få en graf som har en Eulerkrets?

   (Antalet poäng på denna uppgift, beräknas utifrån hur pass nära du kommer det minsta antalet kanter som måste tas bort och hur pass väl du motiverat din lösning. Enbart ett korrekt svar ger inte full poäng på denna uppgift.)

DEL III

Om du i denna del använder eller hänvisar till satser från läroboken skall dessa citeras, ej nödvändigvis ordagrant, där de används i beviset.

9. (5p) Det flyger k duvor mot n reden. Duvorna väljer reden slumpvis och helt oberoende av hur de andra duvorna väljer sina reden. Om k är mindre än eller lika med n, $k \leq n$, hur stor är då sannolikheten att minst ett rede innehåller minst två duvor.

10. (5p) Generellt gäller följande sats för cykliska grupper:

    Sats. *Alla delgrupper till en cyklisk grupp G är cykliska. Om G har n element så finns till varje positiv delare d till n precis en delgrupp med d element.*

    Denna sats är inte helt lätt att visa och det skall du inte heller göra. Du får nu följande information om grupperna G, H och K:

    (i) Gruppen G är en cyklisk grupp.
    (ii) H och K är delgrupper till G.
    (iii) Antalet element i H är 348.
    (iv) Antalet element i K är 570.

    Undersök om ovanstående information räcker för att avgöra om $H \cap K$ har ett element av ordning sex.