Matematiska Institutionen, KTH

Några övningar till den 7 december, Diskret matematik IT2, ht07.

1. Visa att om för varje par av noder x och y i en graf G med n noder gäller att
$$\delta(x) + \delta(y) \geq n - 1$$
så är grafen sammanhängande.

2. Visa att för varje bipartit graf G med n noder gäller att
$$e \leq (\frac{n}{2})^2.$$

3. Betrakta en graf G med nodmängden V och kantmängden E. Komplement grafen $\bar{G}$ till G har samma nodmängd V som G men $\bar{G}$:s kantmängd består av de kanter som inte finns i E, dvs det går en kant mellan noden x och noden y i $\bar{G}$, precis då kant mellan x och y saknas i G.
   (a) Antag G har valenssekvensen δ_1, δ_2, $\ldots$, δ_v. Bestäm valenssekvensen för $\bar{G}$.
   (b) Visa att om en graf G med n noder är k-regulär så gäller att $\bar{G}$ är $n - 1 - k$-regulär.
   (c) Bestäm alla 5-reguljära grafer med 8 noder.

4. Visa att om valensen av alla noder delas av primtalet $p \neq 2$, dvs $p \mid \delta(v)$ så gäller att talet p delar antalet kanter e, dvs $p \mid e$.

5. Hur många noder kan en graf med 28 kanter ha som mest om valensen hos varje nod är minst 3.

6. Visa att om en graf G är osammanhängande så måste grafens komplement $\bar{G}$ vara sammanhängande.

7. Tas en kant bort från K_5 blir den så erhållna grafen planär. Visa detta.

8. Antag G är en sammanhängande 4-regulär graf som dessutom är planär. Hur många områden har en plan ritning av G om G har 16 kanter.

9. Visa att om samtliga cykler i den planera sammanhängande grafen G har längd minst $k \geq 3$ så gäller att
$$e \leq (\frac{k}{k-2})(v - 2).$$
Använd sedan detta för att visa att den s k Petersens graf

a	b	c	d	e	f	g	h	i	j
b	a	a	c	b	a	d	b	c	f
c	h	d	e	d	g	f	g	h	e
f	e	i	g	j	j	h	i	j	i

inte är planär.