Lösningsförslag till
Kontrollskrivning 1 i SF1612 Matematik baskurs
10 september 2007 kl 08.15-09.15

1. **Vilka reella tal x löser olikheten $x^3 + 2x^2 - 5x - 6 < 0$?**

Lösning: Låt $p(x) = x^3 + 2x^2 - 5x - 6$. Vi börjar med att lösa ekvationen $p(x) = 0$. Eventuella heltalslösningar måste dela den konstanta termen 6 så vi kan pröva med ± 1, ± 2, ± 3, ± 6. Vi ser då att $x = -1$, $x = 2$ och $x = -3$ löser ekvationen. Eftersom polynomet har grad 3 kan det inte ha fler än 3 nollställen, så vi vet att det inte kan finnas fler än de vi har hittat.

Faktorsatsen ger nu att vi kan faktorisera polynomet $p(x) = (x+1)(x-2)(x+3)$. Olikheten $x^3+2x^2-5x-6 < 0$ är alltså ekvivalent med att $(x+1)(x-2)(x+3) < 0$. Detta är uppfyllt om och endast om $x < -3$ eller $-1 < x < 2$.

Svar: $x < -3$ eller $-1 < x < 2$.

2. **Finns det några reella tal x som uppfyller *både* att $x < 1$ *och* att $|x + 3| + |x - 1| = 5$? Bestäm i så fall vilka.**

Lösning: För $x < 1$ är ekvationen $|x + 3| + |x - 1| = 5$ ekvivalent med ekvationen $|x + 3| - (x - 1) = 5$. Vi får två fall att beakta, fall 1 då $x < -3$ och fall 2 då $-3 \leq x < 1$.

Fall 1, $x < -3$. I det här fallet är $|x + 3| - (x - 1) = 5$ ekvivalent med $-(x + 3) - (x - 1) = 5$ vilket är uppfyllt om och endast om $x = -7/2$ som ligger i det aktuella intervallet.

Fall 2, $-3 \leq x < 1$. I det här fallet är $|x + 3| - (x - 1) = 5$ ekvivalent med $x + 3 - (x - 1) = 5$ som i sin tur är ekvivalent med $4 = 5$ vilket är omöjligt. Inga lösningar i detta fall alltså.

Svar: Det finns ett reellt tal som uppfyller båda villkoren, nämligen $x = -7/2$.

3. **Låt L vara den räta linjen genom punkterna $(2, 3)$ och $(-5, 7)$. Bestäm en ekvation för den räta linje som är parallell med L och som passerar genom punkten $(3, 6)$.**

Lösning: Riktningskoefficienten för linjen L är $(3-7)/(2-(-5)) = -4/7$. Den sökta linjen är parallell med L vilket betyder att den ska ha samma riktningskoefficient. Den sökta linjens ekvation kan därför skrivas

$$y = -\frac{4}{7}x + m$$

för något tal m. Om vår sökta linje ska gå genom punkten $(3, 6)$ måste

$$6 = -\frac{4}{7} \cdot 3 + m$$

varur fås att $m = 54/7$

Svar alltså: $y = -\frac{4}{7}x + \frac{54}{7}$