

KTH
Matematik
Lars Filipsson

**Facit till
Några extra uppgifter inför Lappskrivning 2**

Matematik Baskurs

1. Beräkna summan $\sum_{k=1}^8 \frac{1}{2^k}$.

Svar: 255/256

2. Hur många olika sätt finns det att bilda en festkommitté bestående av en ledare och två medhjälpare i en grupp av 40 personer?

Svar: 29640

3. Beräkna summan $\sum_{k=1}^8 2^k$.

Svar: 510

4. Beräkna summan $\sum_{j=2}^{64} (k + 2j)$.

Svar: $63k + 4158$

5. Vi har ett polynom $p(x) = \left(2x + \frac{1}{2}\right)^7$. Vad är koefficienten framför x^2 ?

Svar: 21/8

6. Bestäm konstanta termen (den som inte innehåller x) i utvecklingen av $\left(2x^3 - \frac{1}{3x^2}\right)^5$.

Svar: $-40/27$

7. Hur många olika legotorn som är 9 bitar höga kan man bygga av 3 gula, 3 röda och 3 blå likformiga legoklossar?

Svar: 1680

8. Bestäm definitionsmängd och värdemängd till funktionen $f(x) = \sqrt{2+3x}$. Avgör om f är inverterbar och bestäm i så fall inversen.

Svar: Definitionsmängden är alla x som är större än eller lika med $-2/3$. Funktionen är inverterbar och inversen är $f^{-1}(x) = (x^2 - 2)/3$, $x \geq 0$.

9. Bestäm definitionsmängd och värdemängd till funktionen $f(x) = \sqrt{\ln(5x - 3x^2)}$. Avgör om f är inverterbar och bestäm i så fall inversen.

Svar: Definitionsmängd: alla x som uppfyller $(5 - \sqrt{13})/6 \leq x \leq (5 + \sqrt{13})/6$. Invers saknas (olika x kan ge samma funktionsvärde).

10. Du får veta följande om en funktion $f: D_f = \mathbf{R}, V_f = \mathbf{R}$, f är inverterbar och $f(3) = 2$. Beräkna $f^{-1}(2)$.

Svar: 3

11. Vilka av nedanstående påståenden är sanna?

$$\ln e^{\ln 3} = 3$$

$$\ln e^{\sin^2 x} + \ln e^{\cos^2 x} = 1, \text{ för alla reella tal } x$$

$$e^{2x} = (e^x)^2 \text{ för alla tal } x$$

$$\ln ab - \ln b = \ln a \text{ för alla positiva reella tal } a, b$$

$$\ln \frac{a}{b} + \ln \frac{b}{a} = 0 \text{ för alla positiva reella tal } a, b.$$

falskt, sant, falskt, sant, sant

12. Finn alla reella tal x som löser ekvationen $\ln x + \ln(x+1) = \ln(x+2)$.

$$x = \sqrt{2} \text{ (ej minus!)}$$

13. Finn alla reella tal x som löser ekvationen $e^x + e^{x/2} = 1$.

Svar: $x = \ln((3 - \sqrt{5})/2)$

14. Förenkla så långt som möjligt uttrycket $\frac{(2^{1/6})^2(\sqrt{8})^3}{2^{1/4}\sqrt{32}}$.

Svar: $2^{25/12}$

15. Bestäm definitionsmängd och värdemängd till funktionen
 $g(x) = \sqrt{1 - \sqrt{2 - x}}$.

Svar: $D_f = \{x \in \mathbf{R}; 1 \leq x \leq 2\}$ och $V_f = \{x \in \mathbf{R}; 0 \leq x \leq 1\}$

16. För vilka reella tal a, b är det sant att $a^{\ln b} = b^{\ln a}$?

Svar: För alla positiva reella a och b .