

KTH Matematik
Examinator: Lars Filipsson

Modelltentamen i SF1612 Matematik baskurs 2007

Samtliga uppgifter poängsätts med maximalt 4 poäng vardera.

Uppgifterna 1-3 svarar mot varsin kontrollskrivning. Godkänt på kontrollskrivning nummer j ger automatiskt 4 poäng på uppgift j (som då inte ska lösas).

Uppgifterna 4-6 tar upp grundläggande kunskaper och färdigheter.

Uppgifterna 7-9 är lite mer avancerade. Den som vill ha betyg C eller högre måste samla ett antal poäng på dessa uppgifter, sk VG-poäng.

Preliminära betygsgränser: A - 31 poäng varav minst 8 VG-poäng, B - 26 poäng varav minst 6 VG-poäng, C - 21 poäng varav minst 2 VG-poäng, D - 16 poäng, E - 15 poäng, Fx - 13 poäng.

—————Uppgifter som motsvarar varsin KS—————

1. Finn alla reella tal x som uppfyller ekvationen $|x + 1| + |2x - 6| = 10$.

2. Avgör om det för alla $x > 0$ är sant att

$$-\frac{x}{2} + \ln x = \ln[x(\sqrt{1 + e^x} - \sqrt{e^x})] + \ln(\sqrt{1 + e^{-x}} + 1).$$

3. Om $2 \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right) = 1$ — vilka värden kan då $\sin x$ anta?

————— G-uppgifter —————

4. A. Utför polynomdivisionen $\frac{x^3 + 5x^2 - 3x - 22}{x - 2}$, bestäm kvot och rest.

B. Hitta alla reella nollställen till täljaren i A.

C. Faktoriser sedan täljaren så långt möjligt i reella faktorer.

5. Betrakta polynomet $p(x) = \left(\frac{x}{2} + 2\right)^{10} \left(2x - \frac{1}{2}\right)$. Om $p(x)$ skrivs på standardform — vad är då koefficienten framför x^6 ? Svaret ska förkortas så långt möjligt.

6. Avgör vilket som är störst, $\sum_{k=3}^{10} 2^k$ eller $\sum_{k=6}^{55} (2k - 20)$ eller $\sum_{k=0}^{11} \binom{11}{k}$.

-----VG-uppgifter-----

7. Låt $f(x) = \frac{x}{3} - \frac{x^3}{3}$. Påstående: För varje heltal n är $f(n)$ ett jämnt heltal. Bevisa eller motbevisa!
8. För vilka reella tal v gäller formeln $\frac{1}{1 - e^{iv}} = \frac{1}{2} + \frac{i}{2} \cot \frac{v}{2}$?
9. Bevisa att $\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ för alla reella tal x .