

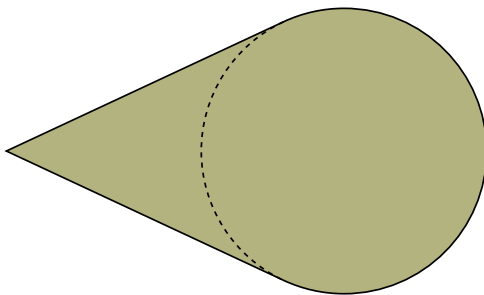


KTH Teknikvetenskap

SF1620 Matematik och modeller
Lösningsförslag med bedömningskriterier till kontrollskrivning 1, 2007

Uppgift

- a) I triangeln ABC är sidan AB 7,3 m och sidan BC 4,2 m. Bestäm den tredje sidans längd och de två återstående vinklarna om vinkeln vid A är 34° . Bestäm också triangelns area. Ange svaren som ett närmevärde med två gällande siffrors noggrannhet. **(6)**
- b) Bestäm arean av nedanstående område där den cirkulära delens radie är 4,2 cm och vinkeln vid områdets spets är 50° . De räta linjerna tangerar cirkeln. Ange svaret med två gällande siffrors noggrannhet. **(3)**



Lösningsförslag

a) Vi betecknar sidlängderna i triangeln enligt $a = |BC|$, $b = |AC|$ och $c = |AB|$. Motstående vinklar betecknas α , β respektive γ . Vi har då givet att $c = 7,3$ m, $a = 4,2$ m och $\alpha = 34^\circ$. Enligt sinussatsen har vi att

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}.$$

Vi kan därmed lösa ut den obekanta $\sin \gamma$ som

$$\sin \gamma = \frac{c}{a} \sin \alpha = \frac{7,3}{4,2} \sin(34^\circ) \approx \frac{7,3}{4,2} \cdot 0,559 \approx 0,972.$$

Det finns nu två möjligheter för γ , nämligen $\gamma \approx 76,4^\circ$ eller $\gamma \approx 180^\circ - 76,4^\circ = 103,6^\circ$. Den tredje vinkeln kan vi nu få genom att $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ och

$$\beta \approx 180^\circ - 34^\circ - 76,4^\circ = 69,6^\circ$$

eller

$$\beta \approx 180^\circ - 34^\circ - 103,6^\circ = 42,4^\circ.$$

Den tredje sidans längd kan vi också få genom sinussatsen genom att

$$b = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \cdot a \approx \frac{0,937}{0,559} \cdot 4,2 \text{ m} \approx 7,04 \text{ m}.$$

eller

$$b = \frac{\sin \beta}{\sin \alpha} \cdot a \approx \frac{0,674}{0,559} \cdot 4,2 \text{ m} \approx 5,06 \text{ m}.^1$$

Triangelns area ges av areasatsen genom

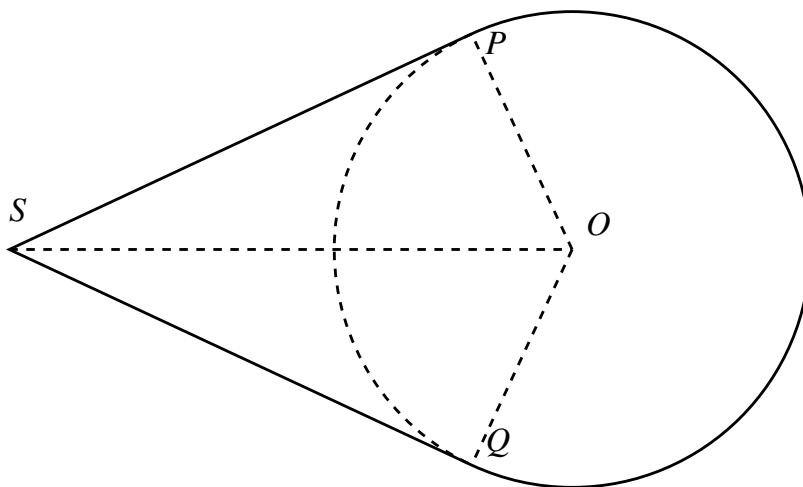
$$\frac{1}{2} \cdot bc \sin \alpha \approx \frac{1}{2} \cdot (7,04 \text{ m})(7,3 \text{ m}) \cdot 0,559 \approx 14,4 \text{ m}^2$$

eller

$$\frac{1}{2} \cdot bc \sin \alpha \approx \frac{1}{2} \cdot (5,06 \text{ m})(7,3 \text{ m}) \cdot 0,559 \approx 10,3 \text{ m}^2.$$

¹Blir 5,07 om fler värdesiffror från β används.

b) Vi börjar med att rita en figur där vi markerar cirkelns centrum med O , spetsen med S och de två tangeringspunkterna med P och Q .



Vinklarna mellan de streckade och heldragna linjerna vid P och Q är räta och vi ser att figurens area kan fås genom att lägga ihop de två rätvinkliga trianglarnas areor med cirkelns area och dra bort arean av de streckade cirkelsektorn som har räknats två gånger.

Vinkeln vid S är 50° och därmed är vinkeln vid O $2(90^\circ - 25^\circ) = 130^\circ$. Om vi betecknar längden av SP och SQ med a och cirkelns radie med r får vi att

$$a = r \tan 65^\circ.$$

Arean av de två rätvinkliga trianglarna är sammanlagt $ar = r^2 \tan 65^\circ$. Cirkelns area är πr^2 och den streckade cirkelsektorns area är

$$\frac{130^\circ}{360^\circ} \pi r^2 = \frac{13}{36} \pi r^2.$$

Alltså blir områdets area

$$r^2 \left(\tan 65^\circ + \pi - \frac{13\pi}{36} \right) \approx (4,2 \text{ cm})^2 (2,145 + 3,142 - 1,134) \approx 73,3 \text{ cm}^2.$$

Svar:

a) Det finns två möjligheter. I det ena fallet är $\gamma \approx 76^\circ$, $\gamma \approx 70^\circ$, $b \approx 7,0$ m och triangelns area 14 m^2 . I det andra fallet är $\gamma \approx 104^\circ$, $\beta \approx 42^\circ$, $b \approx 5,0$ m och triangelns area 10 m^2 .

b) Områdets area är 73 cm^2 .

Bedömningskriterier

- a)
 - Korrekt användning av sinussatsen för att beräkna vinkeln γ , **1 poäng**.
 - Korrekt beräknad tredje vinkel och tredje sida, **1 poäng**.
 - Korrekt användning av areasatsen för att beräkna triangelns area, **1 poäng**.
 - Korrekt värde på triangelns area, **1 poäng**.
 - Korrekta värden i det andra av de två fallen, **2 poäng**.
 - Sammanlagt högst fyra poäng om antal värdesiffror eller enheter ej är korrekta.
 - b)
 - Korrekt uppdelad area, **1 poäng**.
 - Korrekt beräknad area för triangelarna, **1 poäng**.
 - Korrekt slutförd beräkning med korrekt svar, inklusive korrekt antal värdesiffror och korrekt enhet, **1 poäng**.
- Mindre räknepel som inte avsevärt förenklar uppgiften ger inte avdrag.

Bedömning av presentationen

Presentationen av lösningen bedöms med 0-3 poäng enligt följande:

- 0p** Lösningen saknar helt förklarande text eller är mycket osammanhängande med ekvationer, formler och beräkningar utspridda över papperet.
- 1p** Lösningen har dåligt med förklarande text eller förklarande text som är tvetydig eller svår att förstå.
- 2p** Lösningen har förklarande text till de flesta formler och beräkningar, men inte överallt där det skulle behövas, eller lösningen har förklarande text i så stor omfattning att tankegången drunknar i text.
- 3p** Lösningen har bra förklarande text till alla formler och beräkningar.

Egenbedömning

Studenten skall bedöma sin egen lösning enligt de bedömningskriterier som ges ovan. Bedömningen skall motiveras och eventuella slarvfel identifieras. I de fall lösningen avviker mycket från lösningsförslaget kan bedömningskriterierna vara svåra att tillämpa. I dessa fall får studenten föreslå en helt egen bedömning med motivering. Detta måste markeras tydligt.

Slutgranskning

Skrivningarna slutgranskas och poängsätts av examinator.