

**Förprov till kontrollskrivning 2 i SF1621 Amelia 2
för T och OPEN vårterminen 2008**

OBS Detta är ett litet övningsprov inför KS 2. Riktiga KS 2 har 4 uppgifter värda 4 poäng vardera och minst 10 poäng totalt ger godkänt.

1. Beräkna dubbelintegralen $\iint_D \frac{1}{y^3} dx dy$ där D är det ändliga område som begränsas av linjerna $y = 4$ och $y = x$ samt hyperbeln $xy = 4$.

2. Beräkna dubbelintegralen $\iint_D \left(x + \frac{y}{x^2 + y^2} \right) dx dy$ där D ges av olikheterna $4 \leq x^2 + y^2 \leq 25$ och $x \leq 0$.

3. Beräkna volymen av den kropp K i första kvadranten som begränsas av koordinatplanen $x = 0$, $y = 0$ och $z = 0$ samt paraboloiden $z = 4 - x^2 - y^2$.

4. Beräkna volymen av den kropp K som definieras av olikheterna $0 \leq 3x + 4y \leq 1$, $1 \leq 5y - x \leq 2$ och $1 \leq z \leq 5y - x$.

5. Visa att den generaliserade integralen

$$\iint_{\mathbf{R}^2} \frac{e^{-\sqrt{x^2+y^2}}}{\sqrt{x^2+y^2}}$$

är konvergent och bestäm dess värde.

6. Låt K vara enhetsklotet $x^2 + y^2 + z^2 \leq 1$. Beräkna integralen

$$\iiint_K (x^2 + y^2 + z^2) dx dy dz.$$

7. Beräkna arean av ytan Y som ges av ekvationen $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, då $x \geq 0$, $y \geq 0$ och $z \geq 1$.

8. Sant eller falskt?

A. Summan $\sum_{j=1}^n e^{jk/n^2} \frac{1}{n^2}$ är en Riemannsumma till funktionen e^{xy} på området D som ges av $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$, hörande till en indelning av D i lika stora kvadrater med sida $1/n$.

B. Integralen $\iint_D 1 \, dx \, dy$ kan tolkas både som arean av området D i xy -planet och som volymen av den kropp i xyz -rymden som ges av $(x, y) \in D$ och $0 \leq z \leq 1$.