KTH
Matematik
Lars Filipsson

Inlämningsuppgift 1 i kursen Amelia 2 för T och OPEN vt08

Lämnas in allra senast den 28/3 kl 10.15. Ger maximalt 2 bonuspoäng

Inlämningsuppgiften är avsedd att lösas i grupper om 3-4 personer. Ni ska lösa nedanstående problem tillsammans och inte dela upp dem emellan er. När ni lämnar in era lösningar garanterar ni samtidigt att alla i gruppen har varit med ungefär lika mycket i arbetet och att ni inte har plagierat någon annan persons eller grupps lösning. Alla i gruppen ska kunna svara muntligt för allt ni har lämnat in. Minsta misstanke om fusk betyder rapport till rektor. Den muntliga redovisningen av denna inlämningsuppgift äger rum på övningen den 1 april.

I nedanstående uppgifter förekommer parametrarna a, b, c. Dessa ska ersättas med de sista tre nollskilda siffrorna i personnumret på den sista gruppmedlemmen när medlemmarna ordnas i bokstavsordning med avseende på efternamnet.

1. Låt $f(x,y) = xye^{-(x-a)^2-(y-b)^2}$. I vilken riktning ska man gå från punkten (a,b) i definitionsmängden om man vill att funktionsvärdena ska öka så snabbt som möjligt? Bestäm en ekvation för tangentplanet till ytan $z = f(x,y)$ i punkten (a,b,ab). Använd differentialen till f för att beräkna ett närmevärde till $f(9a/10, 6b/5)$. I vilka punkter är tangentplanet till ytan $z = f(x,y)$ horisontellt? Använd gärna Matlab eller maple för att plotta $z = f(x,y)$.

2. Räkna ut avståndet från origo till planet $z = ax + by + c$ på tre olika sätt:
   a. Med hjälp av linjär algebra och geometri (inga derivator!).
   b. Genom att lösa ett optimeringsproblem i två variabler utan bivillkor.
   c. Genom att använda Lagranges multiplikatormetod.

3. En rätvinklig låda utan lock ska tillverkas av två olika material: bottenplattan och baksidan ska göras i ett material som kostar dubbelt så mycket som det material som används till de övriga sidorna. Om lådans volym ska vara a kubikmeter, bestäm lådans mått så att materialkostnaden minimeras. Svara med lagom många decimaler.

4. Bestäm Taylorpolynomet av grad 2 i punkten $(0, a)$ till funktionen $f(x, y) = \sqrt{1 + bx + cy}$. Avgör med hjälp av Taylorpolynomet om funktionen har ett lokalt minimum i $(0, a)$.

5. Betrakta funktionerna $f(x, y) = \begin{pmatrix} x^2 e^y + 1 \\ x^2 + 2y^2 \end{pmatrix}$ och $g(u, v) = bu + cv$. Låt $h = g \circ f$. Beräkna funktionalmatriserna till funktionerna f, g och h. Beräkna särskilt $\partial h/\partial x$ och $\partial h/\partial y$ i punkten $(x, y) = (a, 0)$. Kan den sista deluppgiften lösas på mer än ett sätt? Lös den i så fall på mer än ett sätt!