KTH
Matematik
Lars Filipsson

Inlämningsuppgift 2 i kursen Amelia 2 för T och OPEN vt08

Deltagande anmäls 7 maj. Redovisning sker 9 maj.

Denna inlämningsuppgift är helt och hållet en individuell redovisningsuppgift, som går ut på att man ska lösa uppgifter på tavlan inför publik. Den som vill delta i detta anmäler sig vid föreläsningen den 7 maj genom att skriva upp sig på en lista. Själva redovisningen äger sedan rum vid övningen den 9 maj.

Alla som deltar ska förbereda sig genom att lära sig lösa tio av uppgifterna i övningsboken ordentligt. Vilka uppgifter man ska kunna står här nedan.

Vid redovisningen ombeds man att på tavlan lösa en av dessa uppgifter inför sina kurskamrater. Vilken uppgift det blir bestämmer läraren, man får inte välja, utan man måste kunna alla. Man får inte ha med sig böcker eller anteckningar eller några andra hjälpmedel. Man måste också vara beredd att svara på frågor i anslutning till uppgiften, det kan vara både teorifrågor och räknefrågor.

Alla som deltar och lyckas lösa den uppgift de tilldelas samt svara på alla frågor erhåller 2 bonuspoäng på tentan.

De tio uppgifter man ska kunna är uppgifterna (svaren är hämtade från övningsbokens facit):

9.2. Beräkna kurvintegralen $\int_\gamma y\,dx - dy$ om

a) γ är linjestycket från $(0, 1)$ till $(1, -1)$.

Svar: 2

b) γ är linjestyckena från $(0, 1)$ till $(1, 1)$ och från $(1, 1)$ till $(1, -1)$.

Svar: 3

9.5. Beräkna det arbete som kraftfältet $\mathbf{F}(x, y) = (1, -2)$ utför på en partikel som rör sig längs en rät linje från $(0, 1)$ till $(2, 2)$.

Svar: 0

9.7. Beräkna kurvintegralen $\int_\gamma (2xy - x^2 + y^2 \sin xy^2)dx + (x + y^2 + 2xy \sin xy^2)dy$ om γ är den positivt orienterade randen till området $x^2 \leq y \leq \sqrt{x}$.

Svar: 1/30

9.8. Beräkna kurvintegralen $\int_C (e^{\sin x} - x^2 y)dx + e^{y^2} dy$ där C är enhetscirkeln $x^2+y^2 = 1$ genomlöpt ett varv i positiv led.

Svar: $\pi/4$

9.29. Visa att kraftfältet $(2xy, x^2 - y^2)$ är konservativt i $\mathbf{R}^2$ samt bestäm en potentialfunktion $U(x,y)$ med $U(0,0) = 0$.

Svar: $x^2 y - y^3/3$

9.30. Är kraftfältet $(x^3 - 3xy^2, y^3 - 3x^2 y)$ konservativt i $\mathbf{R}^2$? Bestäm i så fall en potentialfunktion U.

Svar: $x^4/4 - 3x^2y^2/2 + y^4/4 + konstant$

9.38. Beräkna kurvintegralen

$$\int_\gamma \frac{y^2}{1+x^2y^2} dx + (\frac{xy}{1+x^2y^2} + \arctan(xy))dy$$

där γ är kurvan $y = \sqrt{x}$ från origo till $(1,1)$.

Svar: $\pi/4$

10.1. Beräkna det arbete som kraftfältet $\mathbf{F} = (x,y,z)$ uträttar längs kurvan $\mathbf{r} = (\cos t, \sin t, t)$, $0 \leq t \leq 4\pi$.

Svar: $8\pi^2$

10.8. Beräkna flödet av fältet $\mathbf{F} = \dfrac{(x,y,z)}{x^2+y^2}$ ut genom cylindern Y som ges av $x^2+y^2 = 2,\ -2 \leq z \leq 2$.

SVAr: 8π

10.19. Beräkna flödet av fältet $\mathbf{u} = (4xy, -2y^2, z^3)$ ut genom enhetssfären.

Svar: $4\pi/5$