

Namn:_____

Personnr:_____

Program:_____

**Modellkontrollskrivning 1 i SF1621 Amelia 2 för T och OPEN
vårterminen 2008**

Skriv namn, personnummer och program tydligt ovan. Skriv tydliga lösningar med utförliga motiveringar. Inga hjälpmedel är tillåtna. Man kan få maximalt 4 poäng per uppgift och 11 poäng totalt ger godkänt. Lycka till!

1. Låt P vara den linjära avbildning i rummet som består i ortogonal projek-
tion på planet med ekvation $2x + 2y - z = 0$ (standardkoordinater). Bestäm
avbildningsmatrisen för avbildningen P i någon bas - du får välja vilken bas
du vill, men basen ska anges.

2. Låt $\{\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2\}$ vara standardbasen i $\mathbb{R}^2$. Vi sätter nu

$$\begin{cases} \mathbf{f}_1 = 2\mathbf{e}_1 - \mathbf{e}_2 \\ \mathbf{f}_2 = 3\mathbf{e}_1 \end{cases}.$$

Visa att $\{\mathbf{f}_1, \mathbf{f}_2\}$ är en bas för $\mathbb{R}^2$. Vad är koordinaterna i den basen för den vektor $\mathbf{v}$ som i standardbasen har koordinaterna $\begin{pmatrix} 1 \\ 4 \end{pmatrix}$? Vad blir avbildningsmatrisen i den nya basen för den linjära avbildning som i standardbasen har matris $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

3. En viss linjär avbildning L har i standardbasen avbildningsmatrisen

$$\frac{1}{6} \begin{pmatrix} 5 & 1 & -2 \\ 1 & 5 & 2 \\ -2 & 2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Finns det någon ON-matris som diagonaliserar denna matris? Förklara vad L gör geometriskt!

4. Avgör om nedanstående påståenden är sanna eller falska (1 poäng för varje korrekt svar och -1 poäng för varje felaktigt svar. Om poängsumman totalt på uppgiften är negativ, sätts dock poängen på uppgiften till 0).

A. Om A är en ON-matris så gäller att $A^T = A^{-1}$.

B. Vektorerna $\{\mathbf{u}_1, \mathbf{u}_2, \mathbf{u}_3, \mathbf{u}_4\}$ i $\mathbb{R}^6$ är linjärt oberoende om och endast om $c_1 = c_2 = c_3 = c_4 = 0$ är den enda lösningen till ekvationssystemet

$$c_1 \mathbf{u}_1 + c_2 \mathbf{u}_2 + c_3 \mathbf{u}_3 + c_4 \mathbf{u}_4 = \mathbf{0},$$

där $\mathbf{0}$ är noll-vektorn i $\mathbb{R}^6$

C. Det finns en ON-matris som diagonaliserar den kvadratiske matrisen A om och endast om $A^T = A$

D. Vektorn $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ är en egenvektor till matrisen $\begin{pmatrix} 5 & -4 & -2 \\ -4 & 5 & -2 \\ -2 & -2 & 8 \end{pmatrix}$.