Facit till Extra uppgifter på linjär algebra

1. $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \end{pmatrix}$ eller $x = 1 + t$, $y = 3 - 2t$ eller $y = -2x + 5$

2. Ortogonal: $\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$. Parallell: $\begin{pmatrix} 3 \\ -2 \end{pmatrix}$. T ex.

3. $4/\sqrt{13}$

4. $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -11 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 7 \end{pmatrix}$.

5. $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 0 \end{pmatrix}$. Eller $6x + 6y - 2z - 6 = 0$.

6. $2x - y + z = 3$, avståndet är $2\sqrt{6}$.

7. $\begin{pmatrix} 3 \\ 4711 \\ -1 \end{pmatrix}$.

8. $x - y + 2z - 2 = 0$

9. $2x + 2y + z = 0$.

10. $6/\sqrt{27}$

11. $5/\sqrt{6}$

12. $\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

13. $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$

14. $\begin{pmatrix} 0 & -1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$

15. $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$

16.

17. $\begin{pmatrix} 1/5 & 2/5 \\ 2/5 & 4/5 \end{pmatrix}$

18. Matrisen är $\begin{pmatrix} 1/2 & -\sqrt{3}/2 \\ \sqrt{3}/2 & 1/2 \end{pmatrix}$ och bilden av den aktuella punkten är $(0, 2)$.

19. Matrisen: $\begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Bilden av den aktuella punkten: $(-2, -1, 3)$.

20.

21. 9

22. 54

23. 11

24. $\begin{pmatrix} 3 \\ 8 \\ 7 \end{pmatrix}$. Ja. $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

25. a falsk, b falsk, c falsk, d sann

26.

27. Ja. Koordinaterna blir 8/3 och 7/3.

28. Ja. Ja.

29. T ex $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$.

30. Går inte.

31. Ja.

32. Ja. Nej. Ja.

33. $\begin{pmatrix} 2 \\ -1 \end{pmatrix}$.

34. Ja. Nej.

35. $(5, 11)$.

36. De är parallella. De ligger i ett och samma plan.

37. Nej.

38. Nej.

39. a. $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$. b. Nej. c. $(7/3, -2/3)$. d. $(11, 1)$.

40. a. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$. b. Nej. c. $(-1, 1, 2)$. d. $(4, 6, 5)$.

41. Egenvärde 6 med egenvektor $t\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Egenvärde -2 med egenvektor $t\begin{pmatrix} 5 \\ -3 \end{pmatrix}$.

42. Egenvärde 2 med egenvektor $t\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$. Egenvärde -3 med egenvektor $t\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

43. Reella egenvärden saknas.

44. Egenvärde 0 med egenvektor $t\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$. Egenvärde 1 med egenvektor $t\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -2 \end{pmatrix}$. Egenvärde 3 med egenvektor $t\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$.

45.

46. Egenvärde 1 med egenvektor $t\begin{pmatrix} 5 \\ 2 \end{pmatrix}$. Egenvärde -1 med egenvektor $t\begin{pmatrix} 3 \\ 1 \end{pmatrix}$. Basbytesmatrisen C är då den matris som har ovanstående egenvektorer som kolonner och den nya matrisen för T är diagonal med egenvärdena på diagonalen.

47. Egenvärde 1 med egenvektor $t\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$. Egenvärde 3 med egenvektor $t\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$. Basbytesmatrisen C är då den matris som har ovanstående egenvektorer som kolonner och den nya matrisen för S är diagonal med egenvärdena på diagonalen.

48. Egenvärde 5 med egenvektor $t\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}$. Egenvärde -5 med egenvektor $t\begin{pmatrix}2\\-1\end{pmatrix}$. Basbytesmatrisen C är då den matris som har ovanstående egenvektorer som kolonner och den nya matrisen för T är diagonal med egenvärdena på diagonalen.

49. Egenvärde 1 med egenvektor $t\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix}$. Egenvärde 2 med egenvektor $t\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$.

Egenvärde 3 med egenvektor $t\begin{pmatrix}1\\1\\0\end{pmatrix}$.

50. Använd svaret på förra uppgiften enligt samma princip som i uppgifterna 44-46.

51. Nej.

52. $\begin{pmatrix}16/25 & -12/25 & 0\\-12/25 & 9/25 & 0\\0 & 0 & 1\end{pmatrix}$.

53. $\begin{pmatrix}0\\0\\1\end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix}4\\-3\\0\end{pmatrix}$ och $\begin{pmatrix}3\\4\\0\end{pmatrix}$. Varför?

54. En vridning moturs vinkeln $\arccos\frac{3}{5}$.

55. Se läroboken.

56. a. $u^2+3v^2=10$, ellips. b. $11u^2+v^2=2$, ellips. c. $u^2-v^2=4$, hyperbel. d. $13u^2+2v=0$, parabel. e. $u^2+6v^2=0$, en punkt.

57. a. $4u^2+3v^3-w^2=2$, hyperboloid. b. $u^2+v^2=2w^2$, kon. c. $u^2+2v^2+3w^2=2$, ellipsoid. d. $u^2+2v^2=a$, cylinder om a positivt, ingenting om a negativt, linje om a är noll. e. $u^2-2v^2=-1$, cylinder. f. $u^2=1$, två parallella plan.