

### Extra uppgifter på integraler

SF1621 Analytiska metoder och linjär algebra 2 för OPEN och T

#### Dubbeltrubbel

1. Beräkna integralen  $\int_D (2x + 3y) dx dy$  där  $D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 4\}$
2. Är funktionen  $f(x, y) = xy e^{\cos(x^3 - y)} - \sqrt{y}$  integrerbar på det område  $D$  som definieras i föregående uppgift? Motivera svaret nogga.
3. Beräkna integralen  $\int_D (x^2 + 3xy) dx dy$  där  $D = \{(x, y) : 1 \leq x \leq 2, 2 \leq y \leq 3\}$ .
4. Beräkna integralen  $\int_D (x + y) dx dy$  där  $D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x\}$ .
5. Beräkna integralen  $\int_D (x^2 + 5y) dx dy$  där  $D$  är triangeln med hörn i  $(0, 0)$ ,  $(1, 0)$  och  $(1, 3)$ .
6. Beräkna integralen  $\int_D x^2 dx dy$  där  $D$  är det begränsade område som innesluts av kurvorna  $y = x$  och  $y = x^2$ .
7. Beräkna integralen  $\int_D \sin(x + 2y) dx dy$  där  $D = \{(x, y) : 0 \leq x \leq \pi, 0 \leq y \leq \pi/4\}$ .

8. Beräkna integralen  $\int_D \frac{x}{y} e^y dx dy$  där  $D$  ges av  $x^2 \leq y \leq x$ .
9. Beräkna integralen  $\int_D \frac{1}{1+x+2y} dx dy$  där  $D$  är det ändliga område i första kvadranten som begränsas av linjen  $x = 1$  och kurvan  $y^2 = x$ .
10. Beräkna integralen  $\int_D x^2 + y^2 dx dy$  där  $D$  är enhetscirkelskivan  $x^2 + y^2 \leq 1$ .
11. Beräkna integralen  $\int_D \sqrt{x^2 + y^2} dx dy$  där  $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0\}$ .
12. Beräkna integralen  $\int_D y^2 dx dy$  där  $D = \{(x, y) : 9x^2 + 4y^2 \leq 1, x \geq 0\}$ .
13. Beräkna, eller påvisa divergensen av, integralen  $\int_D \frac{1}{x} dx dy$  där  $D = \{(x, y) : 0 \leq xy \leq 1, x > 1\}$ .
14. Beräkna, eller påvisa divergensen av, integralen  $\int_D \frac{1}{(x+1)(y+1)} dx dy$  där  $D = \{(x, y) : 0 \leq y \leq x, x \geq 0\}$ .

### Trippelfippel

15. Beräkna integralen  $\int_D y^2 + 2xz dx dy dz$  där  $D = \{(x, y, z) : 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, 1 \leq z \leq 2\}$ .
16. Beräkna integralen  $\int_D z dx dy dz$  där  $D = \{(x, y, z) : x + y \leq 1, 0 \leq z \leq 1 - y^2, x \geq 0, y \geq 0\}$ .
17. Beräkna integralen  $\int_D \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} dx dy dz$  där  $D$  är halvklotet  $\{(x, y, z) : x^2 + y^2 + z^2 \leq 4, z \geq 0\}$ .