

KTH Matematik  
Hans Thunberg

SF1622 Envariabelanalys och Linjär Algebra  
HT 2007 för Öppen Ingång

### Grupparbete till lektionspass L2, 18/10.

- (1) Funktionen  $R(x)$  har  $y = x + 1$  som asymptot då  $x \rightarrow \pm\infty$ , och dessutom en vertikal asymptot i  $x = 2$ .
  - (a) Skissera ett tänkbart utseende på grafen  $y = R(x)$ .
  - (b) Ange en rationell funktion  $R(x)$  med ovan angivna asymptoter.
  
- (2) Beräkna följande gränsvärden
  - (a)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^{100} + e^{2x}}{\ln x^2 + e^{3x}}$ .
  - (b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{2x}$
  - (c)  $\lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{5x}$
  
- (3) Låt  $f(x) = \sqrt{x}$ .
  - (a) Bestäm ekvationen för tangentlinjen till  $y = f(x)$  i punkten  $(9, 3)$ .
  - (b) Skissera en figur av funktionsgrafens och tangentlinjen.
  - (c) Figuren antyder att man kan använda tangentlinjen för att approximera  $\sqrt{x}$  för  $x$ -värden nära 9. Förklara!
  - (d) Skriv upp en formel för approximation av  $\sqrt{x}$  för  $x$ -värden nära 9. Beräkna närmevärden till  $\sqrt{9.1}$  och  $\sqrt{8.7}$ .
  - (e) Försök att generalisera detta.
  
- (4) En vattentank i form av en rät cirkulär kon har spetsen vänd nedåt. Toppradien är 6 m. Tankens djup är 8 m. Vatten fylls på med hastigheten  $0.1 \text{ m}^3/\text{min}$ . Med vilken hastighet stiger vattentytan då vattendjupet är 4 m?
  
- (5) Undersök funktionen  $f(x) = 3x \cos \frac{1}{2x}$ . Vilken är funktionens definitionsmängd? Hur vill din grafitare gestalta funktionen? Hur skulle du skissa funktionens graf? Kan vi utvidga definitionen så att funktionen är definerad och kontinuerlig för alla  $x$  på reella axeln? Motivera svaret ordentligt!