

Grupparbete till lektionspass L4, 31/10.

- (1) MacLaurinutveckling av $\cos x$.
 - (a) Härled MacLaurinpolynomen till $\cos x$ upp till grad åtta.
 - (b) Låt $P_n(x)$ beteckna MacLaurinpolynomet av grad n till $\cos x$. Jämför med hjälp av din grafritare grafen $y = \cos x$ med i tur och ordning graferna $y = P_2(x)$, $y = P_4(x)$, $y = P_6(x)$ och $y = P_8(x)$. Se till att välja lämpliga intervall. Beskriv vad du ser!
 - (c) Bestäm approximationer till $\cos 0.1$ och $\cos 1.0$ med hjälp av i tur och ordning $P_2(x)$, $P_4(x)$, $P_6(x)$ och $P_8(x)$, och bokför dina resultat i en tabell.
 - (d) Jämför de approximativa värden du har beräknat med det värde som räknaren anger för $\cos 0.1$ respektive $\cos 1.0$ (räknarens värden är goda approximationer till de sanna värdena). (OBS: Glöm inte att ställa in räknaren så att de inmatade värdena tolkas som radianer.) För in i tabellen hur mycket dina olika approximationer avviker från de av räknaren angivna värdena.
 - (e) Vad är det som tycks påverka approximationsfelets storlek?
 - (f) I läroboken (Sats 2 (8) sid 413 - 414) anges ett uttryck för feltermen $R_{2n+2}(x)$ när $\cos x$ approximeras Maclaurinpolynomet av grad $2n$. Utnyttja att $|\cos a| \leq 1$ för att ge en begränsning av approximationsfelet man får vid approximation av $\cos 0.1$ respektive $\cos 1.0$ med hjälp av $P_6(x)$ och $P_8(x)$, och jämför med de faktiska fel du iakttog.
- (2) I uppgift (3) på Grupparbete 2 beräknade ni approximativa värden till \sqrt{x} med hjälp av tangentlinjen i $x = 9$. En sådan tangentialapproximation är precis approximation med 1:a ordningens Taylorpolynom (eller hur?)
 - (a) Beräkna även 2:a och 3:e ordningens Taylorutveckling till $f(x) = \sqrt{x}$ kring $x = 9$.
 - (b) Jämför grafen till $y = \sqrt{x}$ med de tre Taylorpolynomens grafer med hjälp av din grafritande räknare. Tänk på att välja lämpliga intervall.
 - (c) Använd 3:e ordningens Taylorpolynom till att bestämma ett approximativt värde till $\sqrt{8}$.

- (d) Beräkna resttermen $R_4(x)$, och uppskatta med hjälp av denna hur stort approximationsfelet är. Ange ett intervall som säkert innehåller det korrekta värdet på $\sqrt{8}$. Intervallet ska naturligtvis väljas så litet som möjligt.
- (e) Beräkna $\sqrt{8}$ direkt med räknaren, och verifiera att värdet faller inom det intervall du har angivit.
- (f) Har du tid över kan du också approximera $\sqrt{9.1}$ på samma sätt, och jämföra med den linjära approximation du har gjort tidigare.