

Grupparbete till lektionspass L9, 16/11.

- (1) (a) En bekant till dig, som inte läser matematik, frågar om du har lärt dig något spännande på KTH. När du då svarar att du precis har förstått hur oändligt många termer kan läggas ihop till ett ändligt tal så tittar din bekant skeptiskt (eller kanske rent av medlidsamt) på dig. Rita en figur som övertygar din bekant om att

$$1/2 + 1/4 + 1/8 + 1/16 + 1/32 + \dots = 1.$$

- (b) Rita nu en figur som visar att

$$\int_1^{\infty} \frac{1}{2^x} dx \leq \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k}.$$

Nu kan du kanske också övertyga din bekant om att obegränsade områden kan ha ändlig area.

- (c) Beräkna såväl $\int_1^{\infty} \frac{1}{2^x} dx$ som $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{2^k}$ och visa på så sätt att de bilder du gjort ger korrekta slutsatser.
- (d) Tillämpa Sats 1 i kapitel 7.9 i Persson & Böiers bok på $f(x)$ som ovan. Skriv ut och förenkla de olikheter man får i detta fall.

- (2) Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området $0 \leq y \leq \sin x$, $0 \leq x \leq \pi$, får rotera kring x -axeln. Härled först den generella formeln för volymen av rotationskroppar som uppkommer när områden av formen $0 \leq y \leq f(x)$, $a \leq x \leq b$, får rotera runt x -axeln.

- (3) För varje värde på t utgör $(\cos t, \sin t)$ en punkt i planet. Om du tänker på t som en tidsvariabel kommer punkten $(\cos t, \sin t)$ att röra på sig i takt med att t ändras. Beskriv den kurva som uppstår då t varierar mellan 0 och 2π .

Ett annat vanligt skrivsätt för en sådan s k *parameterkurva* är också

$$\begin{cases} x = \cos t \\ y = \sin t \end{cases}, \quad 0 \leq t \leq 2\pi.$$

Beskriv nu också kurvorna

$$\begin{cases} x = t \cos t \\ y = t \sin t \end{cases}, \quad 0 \leq t < \infty, \quad \begin{cases} x = t \\ y = t^2 \end{cases}, \quad -\infty < t < \infty.$$

Kan du beskriva en rät linje som parameterkurva?