Lappskrivning 2, SF1622 HT07

Lösningsförslag (Ver A) o Svar (Ver B)

(1)

$$\int_2^3 \frac{4x+2}{x^2+x-2}\,dx = \left\{ \begin{array}{ll} u = x^2+x-2 & u(2)=4 \\ du = (2x+1)\,dx & u(3)=10 \\ 2\,du = (4x+2)\,dx & \end{array} \right\}$$

$$= 2\int_4^{10} \frac{du}{u} = \Big[2\ln|u|\Big]_4^{10} = 2(\ln 10 - \ln 4)$$

$$= 2\ln\frac{5}{2}$$

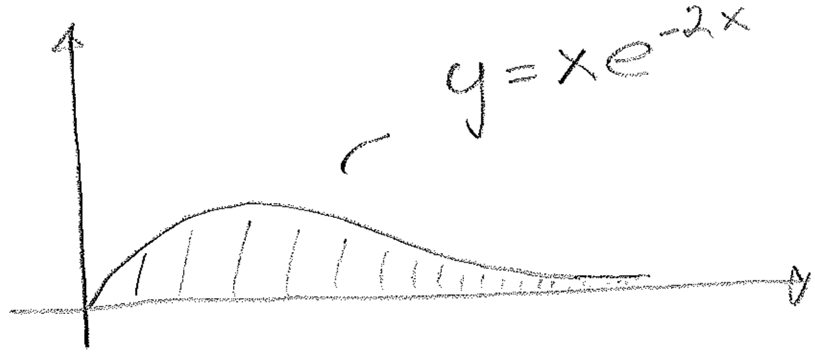
<u>SVAR</u>: $2\ln\frac{5}{2}$

(SVAR B: $2\ln\frac{12}{5}$)

<u>Kommentar</u>: Uppgiften kan också lösas med partialbråksuppdelning. Nämnaren faktoriseras till $x^2+x-2 = (x-1)(x+2)$, och ansatsen blir

$$\frac{4x+2}{(x-1)(x+2)} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{x+2}$$

(2)



Områdets area A ges av

$$A=\int_0^\infty xe^{-2x}dx=\lim_{X\to+\infty}\int_0^X xe^{-2x}\,dx=$$

$$=\left\{\begin{array}{ll}\text{Partiell Integrering} & \\ U=x & V=-\tfrac{1}{2}e^{-2x} \\ dU=dx & dV=e^{-2x}dx\end{array}\right\}=$$

$$=\lim_{X\to+\infty}\left(\left[-\frac{1}{2}xe^{-2x}\right]_0^X+\frac{1}{2}\int_0^X e^{-2x}\,dx\right)$$

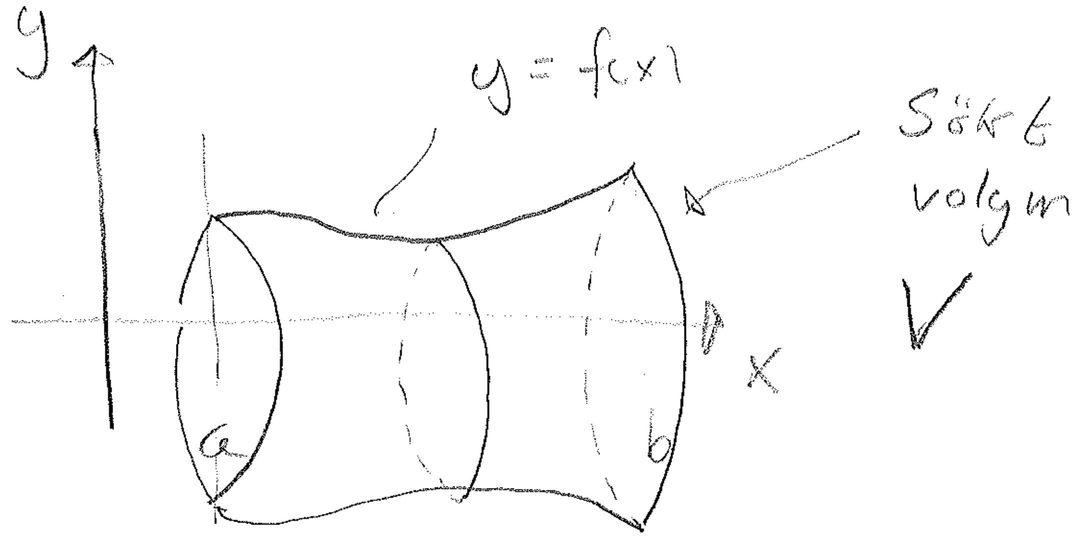
$$=\lim_{X\to+\infty}\left(\left[-\frac{1}{2}xe^{-2x}\right]_0^X+\frac{1}{2}\left[\frac{e^{-2x}}{-2}\right]_0^X\right)$$

$$=\lim_{X\to+\infty}\left(\underbrace{-\frac{1}{2}Xe^{-2X}}_{\to 0}+0\underbrace{-\frac{1}{4}e^{-2X}}_{\to 0}+\frac{1}{4}\right)=\frac{1}{4}$$

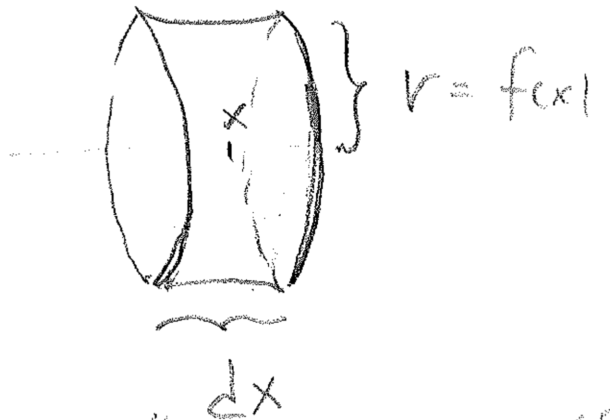
<u>SVAR:</u> Arean är ändlig med $A=\frac{1}{4}$ a.e.

(<u>SVAR B:</u> —— " —— $A=\frac{1}{9}$ a.e)

(3)



Dela upp kroppen i infinitesimalt tunna skivor med tjocklek dx.



Dessa skivor är räta, cirkulära, cylindrar med bottenarea $= \pi r^2 = \pi [f(x)]^2$ och tjocklek dx. De har alltså volym

$$dV = \pi [f(x)]^2 \, dx.$$

Total volym fås genom "summering" dvs integrering

$$V = \int dV = \pi \int_a^b [f(x)]^2 \, dx$$