KS3 SF1622 HT07

LÖSNINGSFÖRSLAG (VER. A) + SVAR (VER B)

1. a) $\bar{u} \perp \bar{v} \iff \bar{u} \cdot \bar{v} = 0$

$\iff a(-1) + 1 \cdot 0 + 2 \cdot 2 = 0 \iff \underline{a = 4}$

b) $\bar{u} \times \bar{v}$ är $\perp \bar{u}$ och $\perp \bar{v}$.

$$\bar{u} \times \bar{v} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -10 \\ 1 \end{pmatrix}$$

$\bar{w} = \frac{1}{|\bar{u} \times \bar{v}|} (\bar{u} \times \bar{v})$ har samma riktning som $\bar{u} \times \bar{v}$ och $|\bar{w}| = 1$.

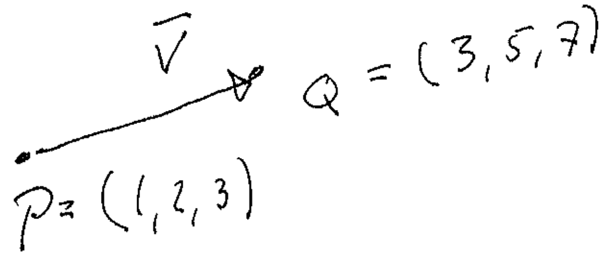
$$|\bar{u} \times \bar{v}| = \sqrt{2^2 + 10^2 + 1^2} = \sqrt{105}, \text{ så } \bar{w} = \begin{pmatrix} 2/\sqrt{105} \\ -10/\sqrt{105} \\ 1/\sqrt{105} \end{pmatrix}$$

<u>SVAR:</u> a) $a = 4$

b) $\bar{w} = \frac{1}{\sqrt{105}} \begin{pmatrix} 2 \\ -10 \\ 1 \end{pmatrix}$

$$\boxed{\text{SVAR: (B-ver.)} \quad \text{a) } a = -2 \quad \text{b) } \bar{w} = \frac{1}{\sqrt{70}} \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ -3 \end{pmatrix}}$$

(2)



$\bar{v} = \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{OQ} - \overrightarrow{OP} = \begin{pmatrix}3\\5\\7\end{pmatrix} - \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\3\\4\end{pmatrix}$

L är en linje genom $P=(1,2,3)$ med riktningsvektor $\bar{v} = \overrightarrow{PQ} = \begin{pmatrix}2\\3\\4\end{pmatrix} \Rightarrow$

$$L: \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}2\\3\\4\end{pmatrix}$$

S är ett plan $\perp L \iff \bar{v} \perp S$

$\iff \bar{v}$ är normalvektor till S.

Ett plan genom origo $=(0,0,0)$ med normalvektor $\bar{v} = \begin{pmatrix}2\\3\\4\end{pmatrix}$ har ekv. $2x+3y+4z=0$

<u>Svar:</u> $L: \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}2\\3\\4\end{pmatrix}$

$S: \ 2x+3y+4z=0$

<u>Svar:</u> (B-ver. $L: \begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\3\\4\end{pmatrix} + t\begin{pmatrix}1\\3\\5\end{pmatrix}$

$S: \ x+3y+5z=0$

(3)

Homogent system har icke-triviala lösningar $\Longleftrightarrow$ Systemet har oändligt många lösningar

FÖR KVADRATISKT SYSTEM $\Longleftrightarrow$ Koefficient determinanten $= 0$

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 3 & 5 & 7 \\ 3 & 5 & 7 & 9 \end{vmatrix} \begin{matrix} -1 \quad -3 \\ \\ \\ \\ \end{matrix} =$$

$$= \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 4 & 6 \\ 0 & 2 & 4 & 6 \end{vmatrix} \begin{matrix} \\ \\ -1 \\ \\ \end{matrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 2 & 4 & 6 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

UTV. = LÄNGS RAD 4 $\quad 0$

SVAR: Systemet har icke-triviala (A och B) lösningar.