

KTH Matematik
Hans Thunberg

5B1142 Envariabelanalys och Linjär Algebra
HT 2006 för Öppen Ingång

Problem och övningar till lektionspass L10, 21/11.

- (1) Låt $A(t)$ vara arean av det område som ges av olikheterna $0 < x < t$ och $0 < y < x\sqrt{1+x}$. Bestäm $A(1)$ och $A'(1)$.

- (2) Bestäm alla primitiva funktioner till

$$R(x) = \frac{x^4 + x^2 + 2}{x^3 + x}$$

- (3) Är det sant att

$$0 < \int_0^1 \frac{\sin x}{1+x^2} dx < 1 \quad ?$$

- (4) Avgör om den generaliserade integralen

$$\int_1^\infty \frac{x}{(1+x^2)^2} dx$$

är konvergent eller divergent genom att (i) göra en jämförelse med lämpligt standardfall (ii) beräkna det gränsvärde som definierar denna integral.

- (5) Beräkna volymen av den kropp som uppstår då området $0 \leq y \leq \sqrt{x}e^{4x}$, $0 \leq x \leq 1$, roterar runt x -axeln.

- (6) Beräkna längden av kurvan $y = \ln \cos x$, $\pi/6 \leq x \leq \pi/4$.

- (7) Beräkna $\int_0^1 \frac{1}{e^x + e^{-x}} dx$.

- (8) (Uppgift 7.54 i *Övningar i Analys i en variabel*.) När en fjäder sträcks eller trycks ihop, så är kraften proportionell mot fjäderns längdändring (Hookes lag). För en viss fjäder gäller att belastningen 250 N ger en längdändring av 5 cm. Bestäm det arbete som krävs för att tänja ut fjädern 10 cm från jämviktsläget.

- (9) (Uppgift i 8.71 i *Övningar i Analys i en variabel*.) I ett hus där värmesystemet plötsligt upphör att fungera är det rimligt att antaga att temperatursänkningen per tidsenhet är proportionell mot skillnaden mellan inner- och yttertemperatur. Antag att yttertemperaturen är konstant -10°C . Om innetemperaturen var 20°C när värmesystemet upphörde att fungera och 15°C efter två timmar, vad är då temperaturen i huset efter 1 dygn?