

KTH Matematik
Hans Thunberg

SF1622 Envariabelanalys och Linjär Algebra
HT 2006 för Öppen Ingång

Problem och övningar till lektionspass L5, 2/11.

(1) Beräkna

$$\begin{array}{lll} \text{a)} & \lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \ln \sqrt{x} & \text{b)} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} x \sin \frac{1}{x} & \text{c)} \quad \lim_{x \rightarrow 0} x \sin \frac{1}{x} \\ \text{d)} & \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{2 \log_2 x - x^3}{3x^3} + \frac{e^{-x}}{e^{-x} + e^x} \right) & \text{e)} & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x \sin x}{e^x - 1 - x} \end{array}$$

Det finns ofta flera naturliga sätt att beräkna ett gränsvärde. Så är t ex fallet i b) och e) i denna uppgift.

(2) Bestäm värdemängden till funktionen $f(x) = \arctan x + \arctan \frac{1}{x}$, $x \neq 0$.

(3) Rita kurvan $y = \frac{x}{x-1} e^{1/x}$ med angivande av eventuella extrempunkter och asymptoter.

(4) En 2 meter lång stege står lutad mot väggen i ett rum. Stegen börjar glida så att den övre änden glider ner för väggen med en hastighet av 1 dm/s (den nedre ände förblir på golvet och glider följaktligen bort från väggen). Hur snabbt ändrar sig vinkeln mellan stegen och golvet i det ögonblick då den övre änden befinner sig en halv meter över golvet?

(5) Låt $F(x) = e^{x^2/2}$.

(a) Bestäm 4:e ordningens MacLaurinutvecklingen till $F(x)$. (Detta kan göras på ett par olika sätt.)

(b) Bestäm n :e ordningens MacLaurinutveckling till $F(x)$. (Nu är en av metoderna definitivt att fördra!)

(c) Bestäm n :e ordningens MacLaurinutvecklingen till $F'(x)$. (Detta kan också göras på ett par olika sätt!)