

MODELLTENTAMEN SF1622 2007-2008

(uppgifter från äldre tentor o modelltenta)

Tentamensskrivningen består av 10 uppgifter som maximalt ger 4 poäng vardera. Uppgifterna 1 - 6 (del A) testar grundläggande förståelse och färdigheter.

Uppgifterna 1 - 3 motsvaras av de tre lappskrivningarna; den som är godkänd på lappskrivning n erhåller automatiskt full poäng på uppgift nr n , och skall alltså inte lösa denna uppgift vid tentamenstillfället.

Uppgifterna 7 - 10 (del B) är lite mer krävande uppgifter; för de högra betygen krävs att man löser en del av dessa uppgifter.

Totalt kan alltså 40 poäng erhållas vid själva tentamenstillfället. Till detta kommer möjlig B-bonuspoäng för den som har uppnått godkänt resultat (E eller högre): 1 B-bonus utgår till den som har minst 31 p totalt på lappskrivningarna och maximalt 2 B-bonuspoäng för den som har godkänd på inlämningsuppgiften. 43 poäng är därmed maximalt resultat.

B-bonusen kan utgöra del av B-poäng som krävs för betygen A, B och C

Betygsgränser (preliminära):

- För betyg A: 35 poäng, varav minst 12 B-poäng
- För betyg B: 28 poäng, varav minst 8 B-poäng
- För betyg C: 22 poäng, varav minst 4 B-poäng
- För betyg D: 18 poäng
- För betyg E: 16 poäng
- För betyg Fx (underkänt med möjlighet att komplettera till betyg E): 13 - 14 poäng

DEL A

- (1) Bestäm alla lokala maxima och minima till funktionen $f(x) = x^2 e^{-2x}$, och ange också i förekommande fall funktionens största och minsta värden.

2005-12-20, (1)

- (2) Beräkna den bestämda integralen

$$\int_4^6 \frac{3x - 5}{x^2 - 4x + 3} dx$$

och förenkla svaret så långt som möjligt.

2007-05-31 (2)

- (3) Linjerna $(x, y, z) = (3, 1, 3) + s(1, -2, 3)$ och $(x, y, z) = (4, 6, 1) + t(2, 3, 1)$ skär varandra. Bestäm skärningspunkten samt cosinus för mellanliggande vinkel.

2007-05-31 (4)

(4)

Behållare med varor skall släppas ner med fallskärm från ett flygplan. Man vet att fallskärmen med sin last har den vertikala fallhastigheten

$$v(t) = \frac{20e^{0.1t} - 20}{4e^{0.1t} + 25} \quad [\text{m/s}],$$

där t är tiden mätt i sekunder efter det att lasten har släppts från flyplanet.

a) Visa att $v(t)$ är en strikt växande funktion. (2p)

b) Vilken nedslagshastighet måste behållarna tåla om man skall vara säker på att de ej går sönder vid nedslaget? (2p)

2005-12-20 (5)

(5)

Bestäm en funktion $y = y(x)$ som uppfyller

$$\begin{cases} y' = x^2 - x^2y \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

2005 Modelltenta (4)

(6)

Bestäm konstanterna a och b så att de tre planen $ax - 3y + z = 0$, $2x + y + z = 0$ och $6x - y + 3z = b$ skär varandra längs en gemensam linje.

2005-12-20 (4)

DEL B

(7)

Avgör om $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln n}$ är konvergent eller divergent.

2005 Modelltenta (3)

(8)

Beräkna integralen

$$\int_{-1/2}^{1/2} \sqrt{1 + (f'(x))^2} dx$$

då $f(x) = \ln(1 - x^2)$.

Denna integral har en naturlig tolkning. Vilken?

2006-12-20 (6)

(9)

En parallelepiped spänns upp av vektorerna $\mathbf{u} = (1, 0, 0)$, $\mathbf{v} = (\sin t, 0, \cos t)$ och $\mathbf{w} = (\cos t, \sin t, 0)$ där t är ett tal mellan 0 och $\pi/2$. Hur skall t väljas för att parallelepipedens volym ska bli så stor som möjligt? Beräkna också den maximala volymen.

(10)

a) Formulera differentialekalkylens medelvärdessats (medelvärdessatsen för derivator) och illustrera dess innebörd med en lämplig figur.

b) Är det sant att $\ln \frac{b}{a} < b - a$ för alla $1 < a < b$? Bevisa eller motbevisa!

2005-12-20 (9)

2006-12-20 (8)