

KTH Matematik
Hans Thunberg

Tentamen 21/12 2007 kl 8-13
SF1622/5B1142 Envariabelanalys och Linjär Algebra

Tentamen består av två delar.

Del A utgörs av sex uppgifter som ger maximalt 4 poäng vardera. Uppgifterna 1 - 3 motsvaras av de tre lappskrivningarna; den som är godkänd på lappskrivning n erhåller automatiskt full poäng på uppgift nr n , och skall alltså inte lösa denna uppgift vid tentamenstillfället.

Del B består av fyra uppgifter som ger maximalt 4 poäng vardera. För de högre betygen (A, B, C alt. 4, 5) krävs att man löser en viss del av dessa uppgifter. Under kursens gång har funnits möjlighet att erhålla maximalt 3 B-bonus poäng. Dessa utfaller först då godkänt resultat redan har uppnåtts.

För full poäng på en uppgift krävs en fullständig, väl strukturerad och motiverad lösning.

Följande betygsgränser är preliminära och kan komma att justeras något.

- A och 5: 35 poäng, varav minst 12 B-poäng.
- B och 4: 28 poäng, varav minst 8 B-poäng.
- C och 4: 22 poäng, varav minst 4 B-poäng.
- D och 3: 18 poäng
- E och 3: 16 poäng.
- Fx (underkänt med möjlighet att komplettera till betyg E): 14 poäng

Inga hjälpmedel är tillåtna.

Lycka till!

Del A

- (1) Bestäm det största och det minsta värde som antas av funktionen

$$f(x) = (2x^2 - 3x)e^x$$

på intervallet $[0, 2]$.

- (2) Beräkna

$$\int_0^{\infty} \frac{dx}{4 + x^2}$$

och förenkla svaret så långt som möjligt.

- (3) Bestäm de punkter (x, y, z) som är gemensamma för alla de tre planen $2x + 4y - 3z - 1 = 0$, $5x - y + 2z - 12 = 0$ och $3x + 3y - 2z - 4 = 0$.
- (4) Hur många lösningar har ekvationen $1 + x + e^x = 0$?

- (5) Bestäm arean av det ändliga område som begränsas av x -axeln och kurvan $y = (x - 1)\sqrt{x + 1}$.
- (6) De fyra punkterna $A = (1, 0, 1)$, $B = (2, 1, 1)$, $C = (-1, 1, 1)$ och $D = (-2, 0, 1)$ är givna. Visa att $ABCD$ är en parallelogram och beräkna också parallelogrammens area. (ON-system)

Del B

- (7) L är den linje genom origo som är ortogonal mot planet $4x - 2y + 3z = 0$. Finn den punkt på L som ligger närmast punkten $Q = (5, -4, 10)$. (ON-system)
- (8) Bestäm alla asymptoter till kurvan $y = \frac{xe^x}{1 + e^x}$.
- (9) Låt $F(x) = \int_0^x \sin t^2 dt$. Bestäm talet n sådant att

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{F(x)}{x^n} = \frac{1}{3}.$$

- (10) Ett föremål med massan m som släpps ifrån hög höjd faller mot marken under påverkan av gravitationskraften $F_g = mg$ (där g är tyngdkraftsaccelerationen) och luftmotståndet F_r . Luftmotståndet antas i varje ögonblick vara proportionellt mot föremålets fallhastighet. Vidare gäller enligt Newtons andra lag att

$$ma = F_g + F_r,$$

där $a = a(t)$ är föremålets acceleration.

Bestäm fallhastigheten $v(t)$ för en kropp som släpps ifrån vila.