

Institutionen för Matematik, KTH,
Olle Stormark.

SF 1625 Envariabelanalys, 7.5 hp, för E1 ht 2007.

Detta är en grundläggande kurs i differential- och integralkalkyl för *funktioner av en variabel*: $y = f(x)$. De viktigaste förekommande begreppen är *derivator* och *integraler*, som kommer att dyka upp i de flesta av de tillämpade ämnena. Dessutom tittar vi lite på *oändliga serier*, som man måste förstå till exempel när man studerar växelströmsteknik, där (komplexa) Fourierserier spelar en fundamental roll.

Efter genomgången kurs SKALL Osquarulda kunna följande:

- Förstå, tolka och använda differential- och integralkalkylens grundbegrepp: elementära funktioner, gränsvärden, kontinuitet, derivator, integraler och serier.
- Behärska de elementära funktionerna, det vill säga polynom, rationella funktioner, exponentialfunktioner, potensfunktioner, logaritmer samt de trigonometriska funktionerna och deras inverser.
- Beräkna diverse olika gränsvärden genom att använda kända standardgränsvärden, Taylorutveckling samt l'Hospitals regel.
- Använda derivatan som ett verktyg för att förstå funktioner och deras grafer, finna lokala och globala extrempunkter, bestämma värdemängder, analysera olikheter, etcetera.
- Förstå och använda Taylors formel med feluppskattning för att approximera funktioner med hjälp av polynom.
- Lösa andra ordningens linjära differentialekvationer med konstanta koefficienter.
- Redogöra för Riemannintegralens definition, några av dess tolkningar och tillämpningar.

- Beräkna vissa bestämda integraler med hjälp av primitiva funktioner, variabelsubstitutioner, partiella integrationer och partialbråksuppdelningar.
- Avgöra om vissa generaliserade integraler och oändliga serier är konvergenta (dvs. har ett bestämt ändligt värde) eller är divergenta.

Kurslitteratur: Persson-Böiers: ANALYS I EN VARIABEL och Persson-Böiers: ÖVNINGAR I ANALYS I EN VARIABEL, Studentlitteratur. Dessa köper man på studentkårens bokhandel.

Dessutom används stencilen *Kompletterande kurslitteratur om serier*, som man kan ladda ner från kurshemsidan.

OBSERVERA att kursens (och därmed examinationens) svårighetsgrad är bestämd av kurslitteraturen! Så vill man ha lättare tentor får man be E-programmet om enklare böcker.

Undervisningen ges i form av 25 föreläsningar och 12 övningar. Huvudsyftet med föreläsningarna är att *förklara* matematiken så väl att alla inser att den här kursen egentligen inte innehåller några märkvärdigheter.

Eftersom det är så pass få övningar, så kommer föreläsningarna även att ägnas åt att lösa problem från övningshäftet. Ytterligare problemlösning ges på övningarna, där man alltså får testa hur mycket man har förstått.

OBSERVERA att undervisningen främst är avsedd för de Osquaruldor som föredrar muntlig framställning framför att läsa in kurslitteraturen på egen hand. Jämfört med läroboken blir undervisningen mera informell (där figurer och handviftningar ersätter rigorösa bevis) och erbjuder möjlighet att *ställa frågor*. Missa inte detta!

Som ett komplement ges även SI-UNDERVISNING, där studenter lär av studenter. SI-ledarna kommer att presentera sig i början av föreläsning 2, tisdagen den 30/10.

Examination: Kursen är uppdelad i *fyra moduler*. Var och en av dessa avslutas med en *kontrollskrivning* omfattande tre tal. Varje KS-tal ger maximalt 3 poäng, och för godkänt krävs sammanlagt minst 5 poäng.

Den som fått godkänt på kontrollskrivning i (där alltså $i = 1, 2, 3$ eller 4) får automatiskt full poäng på tentamenstal nummer i .

Tentamensskrivningen innehåller först 4 tal à 3 poäng svarande mot de fyra modulerna, och sedan 4 tal à 4 poäng vardera. Så tillsammans kan man få maximalt 28 poäng.

Inga hjälpmedel är tillåtna vid tentan.

Ordinarie tentamen ges måndagen den 17:e december, klockan 8–13. Senare ges också en omtentamen.

Betygsgränser: 25–28 poäng ger betyget A, 23–25 poäng ger betyget B, 20–22 poäng ger betyget C, 17–19 poäng ger betyget D och 14–16 poäng ger betyget E.

Kompletteringstentamen: De som fått 13 poäng på tentamensskrivningen får betyget Fx, och har därmed möjlighet att *komplettera* till betyget E.

OBS: Obligatorisk tentamensanmälan minst 14 dagar före tentan via MINA SIDOR.

Kursansvarig och föreläsare: Olle Stormark, som har e-postadressen olles@math.kth.se; den vanliga adressen är rum 3653 i Klocktornet, Lindstedtsvägen 25, KTH, med telefonnumret 7907206.

Övningsledare:

grupp 1 David Rydh, dary@math.kth.se ,

grupp 2 Gustav Kynnefjäll, gordons_fist@hotmail.com .

Kurssekreterare: Ulla Gällstedt, ulla@math.kth.se. Ulla svarar på frågor om registrering och rapportering.

OBSERVERA: blir det något strul med registreringen eller tentamensanmälan så vänd dig till Ulla!

Kursplanering

Läsanvisningarna nedan refererar till vår lärobok, *Analys i en variabel*, samt till stencilen *Kompletterande kurslitteratur om serier*. Övningstalen är hämtade från exempelsamlingen *Övningar i analys i en variabel*. OBSERVERA för tydlighets skull att de avsnitt i läroboken som anges nedan SKALL KUNNAS.

Modul 1: Grundläggande begrepp.

Föreläsning 1, mån 29/10 Appendix B: matematiskt symbolspråk, **1.1:** intervall, **1.2:** funktioner, **1.3:** absolutbelopp samt **1.4:** polynom.

- Tal på tavlan: 1.5, 1.10, 1.13, 1.14, 1.31df, 1.50.
- Räkna själv: 1.15, 1.22, 1.25, 1.37, 1.48.

Föreläsning 2, tis 30/10 1.5: rationella funktioner, **1.6:** potens- och exponentialfunktioner och **1.7:** logaritmer.

- Tal på tavlan: 1.51def, 1.53cef, 1.56, 1.62, 1.67, 1.72a.
- Räkna själv: 1.51abc, 1.57, 1.68, 1.71.

Övning 1, tis 30/10 Tal: 1.9, 1.17, 1.27, 1.34, 1.44, 1.61ac, 1.65, 1.72e, 1.74abc.

Föreläsning 3, ons 31/10 1.8: inverser och sammansättningar, **1.9:** trigonometriska funktioner, **1.10:** arcusfunktioner och **1.11:** hyperboliska funktioner.

- Tal på tavlan: 1.85, 1.86, 1.87ae, 1.99a, 1.107, 1.118, 1.120, 1.128, 1.130.
- Räkna själv: 1.84, 1.94, 1.95, 1.98, 1.104, 1.113, 1.126, 1.129.

Föreläsning 4, tor 1/11 2.1: gränsvärden och **2.2:** kontinuitet.

- Tal på tavlan: 2.3abc, 2.5, 2.9, 2.10a, 2.11a, 2.17b.
- Räkna själv: 2.1, 2.12, 2.13, 2.15, 2.19.

Övning 2, 2/11 Tal: 1.89, 1.93, 1.98, 1.101, 1.111, 1.113, 1.115, 1.123, 2.4, 2.8c, 2.20.

Föreläsning 5, mån 5/11 2.3: talet e , **2.4:** standardgränsvärden och **2.5.1:** asymptoter.

- Tal på tavlan: 2.11abc, 2.25cd, 2.28.
- Räkna själv: 2.25ab, 2.26, 2.27.

Modul 2: Differentialkalkyl.

Föreläsning 6, tis 6/11 3.1–3.3: derivator.

- Tal på tavlan: 3.2, 3.5, 3.7a.
- Räkna själv: 3.3, 3.6.

Övning 3, tis 6/11 Kontrollskrivning 1 första timmen. Tal: 3.1cdef, 3.7b, 3.9defg.

Föreläsning 7, ons 7/11 3.4: de elementära funktionernas derivator och **3.5:** allmänna egenskaper.

- Tal på tavlan: 3.9abc, 3.11abh, 3.13a.
- Räkna själv: 3.10, 3.16, 3.17, 3.21.

Föreläsning 8, tor 8/11 3.6: högre derivator, **3.8:** differentialer och **4.1:** kurvritning.

- Tal på tavlan: 3.25, 3.27b, 3.29, 3.32, 4.4cd.
- Räkna själv: 3.26, 3.34, 4.4a.

Övning 4, fre 9/11 Tal: 3.11i, 3.12cd, 3.19, 3.28, 4.1be, 4.4b.

Föreläsning 9, mån 12/11 4.2: extremvärden, **4.3:** optimering och **4.4:** olikheter.

- Tal på tavlan: 4.6a,b, 4.9bc, 4.15bd, 4.27.
- Räkna själv: 4.5, 4.7, 4.9a, 4.11, 4.15a.

Föreläsning 10, tis 13/11 8.5: andra ordningens linjära differentialekvationer och **8.6:** homogena ekvationer.

- Tal på tavlan: 8.39a,c,d, 8.46.
- Räkna själv: 8.38, 8.42.

Övning 5, tis 13/11 Tal: 4.12ad, 4.15c, 4.30, 4.31, 8.40ab, 8.41ab.

Föreläsning 11, ons 14/11 8.7: partikulärlösningar och **8.8:** högre ordningar.

- Tal på tavlan: 8.49c, 8.53, 8.54, 8.56d, 8.57, 8.63c.
- Räkna själv: 8.47, 8.48, 8.50, 8.52, 8.55.

Modul 3: Integralkalkyl.

Föreläsning 12, tor 15/4 5.1: integralkalkylens fundamentalsats och primitiva funktioner.

- Tal på tavlan: 5.1f–j, 5.3cd, 5.9ad, 5.11e, 5.16b, 5.17bfh, 5.21b.
- Räkna själv: 5.6, 5.7, 5.13, 5.18a, 5.21a.

Övning 6, fre 16/11 Kontrollskrivning 2 första timmen. Tal: 5.2df, 5.4de, 5.5deh, 5.8c, 5.9f.

Föreläsning 13, mån 19/11 5.2: partialbråksuppdelning (utom fallet då nämnaren har multipla komplexa nollställen).

- Tal på tavlan: 5.22b, 5.23b, 5.26d, 5.27d, 5.28b.
- Räkna själv: 5.23a, 5.26a, 5.28ac.

Föreläsning 14, tis 20/11 5.3: rotuttryck och **5.4:** trigonometriska funktioner.

- Tal på tavlan: 5.34, 5.37a, 5.39a, 5.40c, 5.41f.
- Räkna själv: 5.35, 5.38, 5.40a, 5.41ab, 5.47.

Övning 7, tis 20/11 Tal: 5.24acd, 5.28d, 5.30b, 5.32, 5.36c, 5.40b, 5.41d, 5.46.

Föreläsning 15, ons 21/11 6.1–6.2: Riemannintegralen.

- Tal på tavlan: 6.3, 6.4, 6.9, 6.10.
- Räkna själv: 6.1, 6.5, 6.7.

Föreläsning 16, tor 22/11 6.3–6.4 integrationsregler.

- Tal på tavlan: 6.12cd, 6.15bd, 6.17c, 6.21a.
- Räkna själv: 6.11, 6.15ac, 6.16d, 6.19a.

Övning 8, fre 23/11 Tal: 6.8, 6.12a, 6.14, 6.16bc, 6.18c, 6.19b.

Föreläsning 17, mån 26/11 6.5: generaliserade integraler.

- Tal på tavlan: 6.26ab, 6.29ac, 6.32cd, 6.33de, 6.35.
- Räkna själv: 6.25a, 6.28, 6.30, 6.32ab, 6.34.

Föreläsning 18, tis 27/11 7.1: areor, **7.2:** en tråds massa och **7.3:** rotationsvolymer.

- Tal på tavlan: 7.2, 7.8, 7.10, 7.11, 7.20, 7.22.
- Räkna själv: 7.4, 7.9, 7.14, 7.16, 7.21.

Övning 9, tis 27/11 Tal: 6.27, 6.29b, 6.31b, 6.33bf, 7.3, 7.12, 7.17.

Föreläsning 19, ons 28/11 7.4: kurvängder (utom polär form) och **7.5:** rotationsytter.

- Tal på tavlan: 7.26, 7.27, 7.33, 7.34.
- Räkna själv: 7.23, 7.24, 7.25, 7.32.

Modul 4: Numeriska serier och Taylorserier.

Föreläsning 20, tor 29/11 2.5.4: serier och **7.9:** integraler och summor.

- Tal på tavlan: 2.33cd, 2.34df, 7.48.
- Räkna själv: 2.33ab, 2.34e, 7.47.

Övning 10, fre 30/11 Kontrollskrivning 3 första timmen. Tal: 2.32abcd, 2.34abc, 7.46.

Föreläsning 21, mån 3/12 Serier enligt *Kompletterande kurslitteratur om serier* – som hämtas från hemsidan.

- Tal på tavlan: 1b, 2b, 4a,b, 5a, 6a.
- Räkna själv: 1a,c, 4d, 5c.

Föreläsning 22, tis 4/12 9.2: Taylors formel, **9.3:** standardutvecklingar och **9.4:** entydighet.

- Tal på tavlan: 9.2bd, 9.6, 9.7, 9.8.
- Räkna själv: 9.2ac, 9.3, 9.10.

Övning 11, tis 4/12 Ur *Kompletterande kurslitteratur om serier*: 2a, 3a,b, 4c, 5c, 6b; ur övningsboken: 9.1, 9.4, 9.9.

Föreläsning 23, ons 5/12 9.5: resttermen.

- Tal på tavlan: 9.12, 9.16, 9.18, 9.23e, 9.24b, 9.28.
- Räkna själv: 9.11, 9.17, 9.20, 9.22ad, 9.27.

Föreläsning 24, tor 6/12 9.6: gränsvärden med hjälp av Taylorserier och l'Hospitals regel.

- Tal på tavlan: 9.31ab, 9.32b, 9.38, 9.41abc.
- Räkna själv: 9.30, 9.35, 9.37, 9.40.

Övning 12, fre 7/12 Kontrollskrivning 4 första timmen och sedan genomgång av en gammal tentamen. Rättade kontrollskrivningar återlämnas på sista föreläsningen.

Föreläsning 25, mån 10/12 Repetition.