

Lösningsförslag till kontrollskrivning 1B  
i 5B1147 Envariabelanalys för E, ht 2006.

1. *Bestäm asymptoterna till funktionen*

$$y = \frac{2x + 7}{x - 3}, \quad \text{definierad då } x \neq 3,$$

*samt använd dessa för att skissera funktionsgrafnen.*

**Lösning:** Lodräta asymptoten fås genom att sätta nämnaren = 0; det vill säga, den ges av  $x = 3$ . Och eftersom

$$y = \frac{2x + 7}{x - 3} = \frac{2(x - 3) + 13}{x - 3} = 2 + \frac{13}{x - 3},$$

där

$$\frac{13}{x - 3} \rightarrow 0 \text{ när } x \rightarrow \pm\infty,$$

så är  $y = 2$  en vågrät asymptot. Grafen fås genom att observera att

$$\lim_{x \rightarrow 3^+} \frac{13}{x - 3} = +\infty, \text{ medan } \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{13}{x - 3} = -\infty.$$

2. *Beräkna inversen till funktionen ovan.*

**Lösning:**

$$\begin{aligned} y = \frac{2x + 7}{x - 3} &\iff xy - 3y = 2x + 7 \iff x(y - 2) = 3y + 7 \\ &\iff x = \frac{3y + 7}{y - 2} \text{ då } y \neq 2. \end{aligned}$$

3. De hyperboliska funktionerna definieras av

$$\sinh x = \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}) \quad \text{och} \quad \cosh x = \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}).$$

Visa att

$$\sinh 2x = 2 \sinh x \cosh x.$$

**Lösning:**

$$\begin{aligned} 2 \sinh x \cosh x &= \frac{1}{2}(e^x - e^{-x})(e^x + e^{-x}) = \frac{1}{2}(e^{2x} - e^{-2x}) \\ &= \sinh 2x. \end{aligned}$$