Matematiska Institutionen
KTH

Tentamensskrivning på kursen Diskret Matematik, moment A, för D2 och F, SF1631 och SF1630, den 25 mars 2008 kl 08.00-13.00.

Hjälpmedel: Inga hjälpmedel är tillåtna på tentamensskrivningen.

Betygsgränser: (Totalsumma poäng är 36p.)

12	poäng totalt eller mer ger minst omdömet	Fx
15	poäng totalt eller mer ger minst betyget	E
18	poäng totalt eller mer ger minst betyget	D
22	poäng totalt eller mer ger minst betyget	C
28	poäng totalt eller mer ger minst betyget	B
32	poäng totalt eller mer ger minst betyget	A

Bonuspoäng: Bonuspoäng erhållna från lappskrivningar till kursen under vt08 adderas till skrivningspoängen.

Generellt gäller att för full poäng krävs korrekta och väl presenterade resonemang.

DEL I

1. (3p) Bestäm antalet binära ord av längd 15 som innehåller precis 3 stycket ettor. Svaret skall ges i formen av ett heltal.

2. (3p) Bestäm den största gemensamma delaren till de bägge talen 567 och 312.

3. (3p) Vilka av graferna K_7, K_8, $K_{3,4}$ och $K_{4,4}$ har en Eulerkrets eller en Hamiltoncykel eller både och.

4. (3p) Bestäm den minsta positiva resten som erhålls när talet 53^{36} delas med talet 37.

5. (3p) Avgör om permutationerna $\varphi = (1\ 2\ 4)(3\ 2\ 5)(5\ 6\ 7\ 8)$ och $\psi = (1\ 4\ 5)(3\ 2\ 6)(3\ 6\ 7\ 8)$ är konjugerade permutationer.

DEL II

6. (3p) Betrakta talföljden $a_0, a_1, a_2, \ldots$, där

$$a_n = 4 \cdot 3^n - 2 \cdot (-1)^n \qquad \text{för} \qquad n = 0, 1, 2, 3, \ldots\ .$$

   Bestäm en rekursionsekvation för denna talföljd.

7. (4p) Låt G vara en graf utan multipla kanter och loopar. Bestäm det största antal, resp minsta antal komponenter G kan bestå av om G har 41 noder och 37 kanter.

8. (4p) Beskriv på ett lämpligt sätt samtliga hela tal x sådana att

$$(2x - 17)(9x - 33) \equiv 0 \pmod{35}.$$

DEL III

Om du i denna del använder eller hänvisar till satser från läroboken skall dessa citeras, ej nödvändigvis ordagrant, där de används i lösningen.

9. Låt för varje funktion f från $A = \{1, 2, 3, \ldots, 12\}$ till $B = \{1, 2, 3, 4\}$, och för varje element $i \in B$, $f^{INV}(i)$ beteckna följande mängd

$$f^{INV}(i) = \{j \in A \mid f(j) = i\}.$$

   (a) (1p) Bestäm antalet surjektioner f från A till B sådana att $|f^{INV}(i)| = 3$ för $i = 1, 2, 3, 4$.

   (b) (2p) Bestäm antalet surjektioner f från A till B sådana att $|f^{INV}(i)| = 3$ för $i = 1, 2$.

   (c) (2p) Bestäm antalet surjektioner f från A till B sådana att $|f^{INV}(i)| \geq 2$ för $i = 1, 2, 3, 4$.

   (Svaret får innehålla beteckningar givna i kursmaterial och på föreläsningar.)

10. (5p) Låt p vara ett primtal som delar det positiva hela talet n. Utred om det finns något samband mellan antalet tal mellan 1 och n som är relativt prima till talet n och antalet tal mellan 1 och n/p som är relativt prima till n/p. Ange i så fall detta samband.