Matematiska Institutionen
KTH

Några övningar inför lappskrivning nummer 6, Diskret matematik för D2 och F, vt08.

1. Det går att fylla i nedanstående tabell så att den blir multiplikationstabellen till en grupp. Gör detta.

$\circ$	a	b	c	d	f	g
a	a	b	c	d		g
b	b		g	f	d	c
c	c	f	a	g	b	
d			f		c	b
f		c	d		g	a
g	g	d			a	f

   (a) Ange gruppens identitetselement.
   (b) Är gruppen abelsk.
   (c) Bestäm inverser till alla element.
   (d) Bestäm ordningen av alla element.
   (e) Beräkna $b \circ c \circ d \circ f \circ g$.
   (f) Bestäm delgrupper med två respektive tre element.
   (g) Bestäm vänster och höger sidoklasser till de delgrupper du fann ovan.

2. Visa att $G = (Z_{13} \setminus \{0\}, \cdot)$ är en grupp och bestäm ordningen av samtliga element i G.

3. Gruppen H är en delgrupp till en grupp G. Antag H består av 13 element och att det finns 7 sidoklasser till H i G.
   (a) Hur många element består då G av.
   (b) Ge exempel på en grupp G med en delgrupp H som uppfyller dessa förutsättningar.

4. Visa att $(Z_{10}, +)$ är isomorf med $(Z_2, +) \times (Z_5, +)$.

---

5. Undersök om det går att fylla i nedanstående tabell så att den blir multiplikationstabellen till en grupp.

$\circ$	a	b	c	d	f	g	h
a		b					
b		a					
c							
d							
f							
g							
h							

6. En grupp G har delgrupper H och K med vardera 15 respektive 21 element. Vilka möjligheter finns det för antalet element i G.

7. Gruppen S_4 består av samtliga permutationer på mängden $\{1, 2, 3, 4\}$.
   (a) Bestäm den minsta delgrupp till S_4 som innehåller elementen $(1\ 2\ 3)$ och $(2\ 3)$.
   (b) Bestäm den minsta delgrupp till S_4 som innehåller elementen $(1\ 2\ 3)$ och $(3\ 4)$.

8. Bestäm en abelsk grupp med 12 element och som är sådan att inget element har ordning 4.