

Matematiska Institutionen
KTH

Några övningar inför lappskrivning nummer 7, Diskret matematik för D2 och F, vt08.

1. Betrakta gruppen $G = (\mathbb{Z}_{19} \setminus \{0\}, \cdot)$.
 - (a) Visa att G är en cyklisk grupp.
 - (b) Bestäm antalet generatorer till G .
 - (c) Bestäm delgrupper med 2, 3, 6 och 9 element till G .
 2. Bestäm antalet delgrupper till en cyklisk grupp med 63 element.
 3. Vilka av följande grupper är cykliska?
 - (a) $(\mathbb{Z}_2, +) \times (\mathbb{Z}_3, +)$.
 - (b) $(\mathbb{Z}_8, +) \times (\mathbb{Z}_9, +)$.
 - (c) $(\mathbb{Z}_8, +) \times (\mathbb{Z}_3, +) \times (\mathbb{Z}_3, +)$.
 4. Hörnen i en kvadrat färgas svarta eller vita. Kvadraten kan sedan speglas, vridas och vändas.
 - (a) Bestäm en bana med precis två element, och en bana med precis fyra element.
 - (b) Bestäm stabilisatorn till en färgläggning där två närliggande hörn är vita och de övriga två svarta.
 - (c) Använd den sk Burnsidess lemma för att beräkna antalet banor.
 5. Ett rätblock har längden 3 cm, höjden 2 cm och djupet 2 cm. Bestäm antalet sätt att färga rätblockets sidor i 5 olika färger.
 6. Betrakta en grupp G som verkar på en mängd S . Banan \mathcal{O} innehåller 7 element ur S och stabilisatorn till elementet $s \in \mathcal{O}$ består av 4 element. Bestäm antalet element i G .
-
7. Bestäm samtliga grupper med 149 element.
 8. Bestäm en grupp G som innehåller precis en delgrupp med 3 element, precis en delgrupp med 5 element, ingen delgrupp med 4 element men precis tre olika delgrupper med 2 element. (Det får finnas delgrupper med andra antal element än 4.)
 9. Uppgiften utgår emedan den var felformulerad.
 10. Gruppen G är cyklisk och har en cyklisk delgrupp H med 105 element och en cyklisk delgrupp K med 63 element. Bestäm $H \cap K$.
 11. Bestäm antalet sätt att färga sidorna i en kub med 7 olika färger.
 12. Låt H vara en delgrupp till gruppen G . Elementen i H beskriver funktioner på elementen i G enligt

$$h(g) = h \cdot g.$$
 - (a) Bestäm antalet banor i G .
 - (b) Beskriv banorna.