

Matematiska Institutionen
KTH

Lösning till lappskrivning nummer 2A till kursen Diskret matematik, moment B, för D2 och F, SF1631 och SF1630, den 15 april 2008, kl 08.15-08.40.

1. Använd t ex någon lämplig sats eller något lämpligt samband för cykliska grupper för att bestämma samtliga delgrupper, med färre än 35 element, till den cykliska gruppen $G = (Z_{35}, +)$.

Samtliga element i repektive delgrupp skall anges för att en bonuspoäng skall erhållas, men det behövs ingen motivering i lösningen av denna uppgift.

Lösning:

$$H_1 = \{0\} \quad (\text{men inget poängavdrag om man missade denna grupp}).$$

$$H_2 = \{5, 10, 15, 20, 25, 30, 0\},$$

$$H_3 = \{7, 14, 21, 28, 0\}.$$

2. Gruppen G med 13 element verkar på mängden S med 17 element, på sedvanligt sätt, dvs varje element $g \in G$ definierar en funktion på S genom

$$g : s \mapsto g(s) \in S.$$

Ange, med en kortfattad motivering, vilka möjligheter det finns för antalet banor (eng. orbits) som då uppstår. Alla resultat och satser som presenterats under kursen får användas.

Lösning: Antalet element i en bana B är lika med antalet sidoklasser till stabilisatorn $G(b \rightarrow b)$, som ju är en delgrupp till G , till ett element b i banan B . Eftersom $G(b \rightarrow b)$ är en delgrupp till G och G har 13 element så kommer antingen antalet element i stabilisatorn vara 1 eller 13 och antalet sidoklasser att vara antingen 13 eller 1 och därmed gäller att

$$|B| \in \{1, 13\}.$$

Om en bana har 13 element så måste alla andra banor ha högst ett element och i så fall blir antalet banor

$$|\mathcal{O}| = 1 + (17 - 13) = 5.$$

Om ingen bana har 13 element så har alla banor precis ett element och antalet banor blir 17.

SVAR: Antal banor är antingen 5 eller 17.

ANM. Motiveringen behöver inte vara lika omfattande som den ovan givna för att ge poäng.