

Institutionen för Matematik, KTH,  
Olle Stormark.

## SF1633 Differentialekvationer I, 6 poäng, för M2 ht 2007.

Detta är en inledande kurs i *teorin för differentialekvationer*.

### **Kursmål enligt Studiehandboken:**

Efter genomgången kurs SKALL studenterna kunna

- beräkna lösningar till linjära differentialekvationer med konstanta koefficienter och även system av sådana, samt kunna lösa separabla differentialekvationer och linjära differentialekvationer av första ordningen;
- redogöra för den grundläggande teorin för linjära differentialekvationer;
- med hjälp av geometriska metoder förstå det kvalitativa uppförandet för lösningar till ordinära differentialekvationer och system av sådana, samt med hjälp av linearisering avgöra huruvida konstanta lösningar är stabila;
- beräkna och använda Laplacetransformer för att lösa linjära differentialekvationer med konstanta koefficienter och *elaka högerled*;
- använda Laplacetransformer för att lösa integralekvationer av faltnings-typ;
- beräkna Fourierserier av periodiska funktioner;
- lösa randvärdesproblem för linjära partiella differentialekvationer med hjälp av variabelseparation och egenfunktionsutvecklingar;
- tillämpa kunskaperna från denna kurs för att lösa modelleringsproblem.

### Allmän kursbeskrivning:

Differentialekvationer (såväl ordinära som partiella) spelar en fundamental roll inom naturvetenskap och teknik – men tyvärr är den allmänna teorin rätt avancerad. I den här inledande kursen kommer vi därför att inskränka oss till att studera vissa enkla typer av differentialekvationer som i stort sett kan lösas med hjälp av diverse receptmetoder. Men observera att åtskilliga tillämpningar kräver mera!

Vi kommer till stor del att syssla med *linjära* differentialekvationer samt system av sådana. Allra enklast är *linjära differentialekvationer med konstanta koefficienter*, för lösningen av sådana kan i stor utstäckning reduceras till *linjär algebra*. För icke-linjära system av differentialekvationer skall vi se hur man kan använda resultat om approximerande linjära system för att dra kvalitativa slutsatser om stabilitet med mera.

Kursen avslutas med att vi studerar några klassiska *partiella differentialekvationer*: värmeledningsekvationen, vågekvationen och Laplaces ekvation.

### Förkunskaper:

Linjär algebra samt analys i en och flera variabler.

### Kurslitteratur:

- Zill–Cullen: *DIFFERENTIAL EQUATIONS with Boundary-Value Problems*, sixth edition, Thomson, 2005 (ISBN 0-534-42074-5. Denna kallas för ZC i fortsättningen.

I vår kurs ingår kapitlen **1-4**, **7**, **8**, samt **10-12**, *utom* följande avsnitt: **2.4**, **2.6**, **4.3-5**, **4.7-9**, **8.4**, **10.4**, **11.4-5** och **12.6-8**.

- Råde–Westergren: *BETA, Mathematics Handbook for Science and Engineering*, fifth edition, Studentlitteratur, 2004, (ISBN 91-44-03109-2). Vi kommer mest att använda kapitlen 9, 12 och 13.

Dessa böcker finns att köpa på Studentkårens bokhandel.

**Undervisningen** är främst avsedd för de teknologer som föredrar muntlig framställning framför att läsa in kursen på egen hand. Jämfört med boken blir undervisningen mera informell (med figurer och handviftningar istället för vissa rigorösa bevis) och erbjuder framförallt möjlighet att *ställa frågor*. Missa inte denna möjlighet!

På föreläsningarna varvas teori och illustrerande problemgemomgångar, medan övningarna ägnas åt problemlösning.

**Lärare:**

- *Föreläsare* är Olle Stormark (olles@math.kth.se), telefon 790 7206, rum 3653 i Klocktornet, Lindstedtsvägen 25.
- *Övningsledare:*
  - Grupp 1** Oscar Andersson Forsman (oaf@math.kth.se), telefon 790 7165, rum 1644, Lindstedtsvägen 3,
  - Grupp 2** Christian Grundh (cgrundh@math.kth.se), telefon 790 6581, rum 3729, Lindstedtsvägen 25,
  - Grupp 3** Erik Lindgren (eriklin@math.kth.se), telefon 790 6663, rum 3730, Lindstedtsvägen 25,
  - Grupp 4** Daniel Schnellmann (dansch@math.kth.se), telefon 790 6488, rum 3748, Lindstedtsvägen 25.

**Kurssekreterare:** Ulla Gällstedt (ulla@math.kth.se), telefon 790 7214, rum 3522, Lindstedtsvägen 25. Ulla har hand om registrering, inrapportering av betyg, samt anmälan till tentamen om "Mina sidor" inte fungerar.

**OBSERVERA: Obligatorisk tentamensanmälan** minst 14 dagar i förväg via "Mina sidor".

**Viktiga tider:**

- Ordinarie tentamen: måndagen den 12 november 2007 klockan 13.00–18.00 i L- och Q-salar,
- kompletteringstentamen: preliminärt fredagen den 30 november kl. 15.15–17.00,
- omtentamen: onsdagen den 16 januari 2008 kl. 14.00–19.00; komplettering av denna: ?,
- kontrollskrivning 1 och 2: torsdagen den 20 september 2007 kl. 8.00–10.00 i L- och Q-salar,
- kontrollskrivning 4 och 5: torsdagen den 1 november 2007 kl. 8.00–10.00 i L- och Q-salar,

- inlämningsuppgift: senaste inlämningstillfälle är övning 7, tisdagen 16 oktober.

### **Examination:**

Vid exminationen är kursen uppdelad i *fem moduler*:

**modul 1** första ordningens ordinära differentialekvationer (ZC **1-3**; föreläsning 1-3),

**modul 2** linjära ordinära differentialekvationer av högre ordning (ZC **4**; föreläsning 4-6),

**modul 3** Laplacetransformen (ZC **7**; föreläsning 7-9),

**modul 4** system av första ordningens linjära differentialekvationer (ZC **8, 10**; föreläsning 10-14),

**modul 5** Fourierserier och partiella differentialekvationer (ZC **11, 12**; föreläsning 15-18);

– hänvisningarna ovan till Zill-Cullens bok gäller naturligtvis bara de avsnitt som ingår i kursen.

Dessa moduler examineras dels under kursens gång med fyra kontrollskrivningar vid två tillfällen (för modulerna 1-2 respektive 4-5) och en inlämningsuppgift för modul 3, dels med en skriftlig tentamen.

Inlämningsuppgiften ska lösas i grupper om tre personer; den kommer så småningom att ges som en pdf-fil på kurshemsidan.

**Krav för godkänt:** För varje modul kan man – antingen via ks/inlupp eller genom att göra motsvarande uppgift på tentan – få 0, 1 eller 2 poäng.

För godkänt på kursen krävs *totalt minst 8 poäng på modulerna, varav minst 1 poäng på varje modul*.

Man kan alltså få betyget E (=godkänt) utan att skriva tentan – nämligen om man fått minst 8 poäng tillsammans på modulerna och inte 0 poäng på någon. Annars måste man tentera, och det måste man naturligtvis också för att få högre betyg.

Resultaten på kontrollskrivningarna/inlämningsuppgiften får tillgodoräknas vid alla tentamenstillfällen till och med augusti 2008 – men sedan börjar en *ny* kurs.

Moduler som klarats på en *skrivning* får inte tillgodoräknas vid ett senare skrivningstillfälle – det är bara resultat av ks/inlupp som kan ”sparas”.

**Tentamen:** Det ges en skriftlig tentamen i slutet av kursen, och denna består av två delar:

- del 1 innehåller 5 uppgifter, svarande mot de 5 modulerna. För varje modul räknas det bästa av resultaten från ks/inlupp respektive skrivningen – så om man har 2 poäng från en ks/inlupp är det alltså ingen idé att göra motsvarande tal på skrivningen;
- del 2 kommer att bestå av 5 uppgifter som tillsammans kan ge totalt 20 poäng.

**Betygsgräser:** Mindre än 8 poäng på modulerna eller 0 poäng på någon av dem ger underkänt (F eller Fx). För dem som har minst 8 poäng tillsammans och minst 1 poäng på varje modul gäller: 8-11 poäng ger betyget E, 12-15 poäng ger betyget D, 16-18 poäng ger betyget C, 19-22 poäng ger betyget B och 23-30 poäng ger betyget A.

**Komplettering:** Den som inte är godkänd men har fått minst 6 poäng på modulerna (via ks/inlupp och/eller tentan) får betyget Fx, vilket innebär rätt att komplettera till betyget E (men inte högre). Kompletteringen sker i form av en skrivning, där man kan göra uppgifter motsvarande modulerna. För varje modul räknas det bästa resultatet av ks/inlupp, skrivning och komplettering. För godkänt betyg, se ovan.

**Äldre teknologer** får gamla sifferbetyg. Kraven för 3, 4 respektive 5 är som för E, C respektive A.

## KURSPLANERING

**Föreläsning 1, ons 5/9, 10-12 i M1** Kursbeskrivning och inledning till ordinära differentialekvationer, ZC 1.

**Föreläsning 2, fre 7/9, 10-12 i M1** Lösningmetoder för första ordningens ODE, ZC 2.1-3 och 2.5.

**Övning 1, 10/9, 13-15** På tavlan: **1.1:** 4, 6, 53; **1.2:** 16, 18, 30; **1.3:** 10, 17, 24; **2.1:** 7, 19, 21, 38; **2.2:** 16, 19, 24.

Själv: **1.1:** 3, 5, 11, 39, 54; **1.2:** 15, 17, 20, 43; **1.3:** 3, 5, 13, 33; **2.1:** 25, 33, 35, 39; **2.2:** 17, 39, 45.

**Föreläsning 3, 11/9, 10-12 i M1** Mer om modellering med första ordningens ODE, ZC 3.

**Föreläsning 4, ons 12/9, 10-12 i M1** Allmänt om ordinära differentialekvationer av högre ordning, ZC 4.1.

**Övning 2, 13/9, 10-12** På tavlan: **2.3:** 6, 10, 31; **2.5:** 6, 16; **3.1:** 4, 14, 19; **3.2:** 5; **3.3:** 7,8.

Själv: **2.3:** 5, 17, 33, 43, 46; **2.5:** 5, 19; **3.1:** 5, 13, 23, 25, 33; **3.2:** 3,9; **3.3:** 5, 15.

**Föreläsning 5, fre 14/9, 10-12 i Q1** Reduktion av ordningen, ZC 4.2.

**Föreläsning 6, mån 17/9, 13-15 i M1** Hur man hittar en partikulärlösning genom att variera konstanterna i den homogena lösningen, ZC 4.6.

**Övning 3, tis 18/9 10-12** På tavlan: **4.1:** 10, 13, 18, 20, 24, 29; **4.2:** 11, 20; **4.6:** 14, 24.

Själv: **4.1:** 7, 17, 23, 35, 39; **4.2:** 9, 19; **4.6:** 1, 11, 23.

**Ks 1 och 2, tor 20/9, 8.00-10.00 !!!**

**Föreläsning 7, fre 21/9, 10-12 i M1** Laplacetransformationen och dess invers, ZC 7.1-2.

**Föreläsning 8, mån 24/9, 13-15 i M1** Laplacetransformen av translaterade funktioner, derivator, faltningar och periodiska funktioner, ZC 7.3-4.

**Övning 4, ons 26/9, 10-12** På tavlan: **7.1:** 4, 32, 36; **7.2:** 8, 16, 30, 34, 36, 42; **7.3:** 8, 16, 30, 40, 42, 58, 82; **7.4:** 6, 20, 26, 38, 54.

Själv: **7.1:** 3, 15, 37, 46; **7.2:** 5, 15, 27, 33, 37, 39; **7.3:** 3, 15, 27, 39, 49-54, 57, 69; **7.4:** 7, 21, 25, 29, 39, 53.

**Föreläsning 9, fre 28/9, 10-12 i M1** Deltafunktionen samt lösning av system med Laplacetransformen, ZC 7.5-6.

**Föreläsning 10, mån 1/10, 13-15 i M1** Homogena linjära system med egenvärdemetoden, ZC 8.1-2.

**Övning 5, tis 2/10, 10-12** På tavlan: **7.5:** 6,12; **7.6:** 6,12; **8.1:** 6, 12, 18; **8.2:** 2, 10, 18, 19, 20, 36, 44.

Själv: **7.5:** 5, 11; **7.6:** 1, 7; **8.1:** 5, 13, 17, 25; **8.2:** 5, 7, 17, 21, 35, 37, 47.

**Föreläsning 11, ons 3/10, 10-12 i M1** Inhomogena system, ZC **8.3**.

**Föreläsning 12, 5/10, 8-10 i M1** Plana autonoma system och stabilitet, ZC **10.1-2**.

**Övning 6, mån 8/10, 13-15** På tavlan: **8.3:** 23, 30, 32; **10.1:** 6, 16, 18, 24; **10.2:** 4, 6, 11, 18.

Själv: **8.3:** 15, 21, 31; **10.1:** 5, 15, 19, 25; **10.2:** 1, 7, 13, 19.

**Föreläsning 13, ons 10/10, 10-12 i M1** Linearisering och lokal stabilitet, ZC **10.3**.

**Föreläsning 14, fre 12/10, 8-10 i E1** Sammanfattning samt avslutning av linjära system av första ordningen, ZC **8, 10**.

**Övning 7, tis 16/10, 10-12** *Senaste möjligheten att lämna in inlämningsuppgiften!* På tavlan: **10.3:** 2, 3, 14, 18, 30, 33.

Själv: **10.3:** 1, 7, 13, 17, 25, 31. OBS: Rätt svar till uppgift 13 är:  $(0, -2)$  är en sadelpunkt,  $(-1, -1)$  är en instabil spiralpunkt och  $(2, 2)$  är en stabil nod.

**Föreläsning 15, ons 17/10, 10-12 i M1** Ortogonala funktioner och Fourierserier, ZC **11.1-2**.

**Föreläsning 16, 24/10, 10-12 i M1** Cosinus- och sinusserier samt separabla linjära partiella differentialekvationer, ZC **11.3** och **12.1**.

**Övning 8, tor 25/10, 10-12** På tavlan: **11.1:** 9, 12; **11.2:** 7+19 och 9+20; **11.3:** 14, 28, 42.

Själv: **11.1:** 11, 21; **11.2:** 5+17, 15; **11.3:** 23, 27, 41.

**Föreläsning 17, fre 26/10, 10-12 i M1** Randvärdesproblem och värmeledningsekvationen, ZC **12.2-3**.

**Föreläsning 18, mån 29/10, 13-15 i M1** Vågekvationen samt Laplaces ekvation, ZC 12.4-5.

**Övning 9, tis 30/10, 10-12** På tavlan: **12.1:** 1, 11, 16; **12.2:** 2, 6; **12.3:** 3, 4; **12.4:** 1, 9; **12.5:** 12.

Själv: **12.1:** 3, 7, 13, 28; **12.2:** 3, 7, 9; **12.3:** 1, 5; **12.4:** 7, 14, 17; **12.5:** 11.

**Ks 4 och 5, tor 1/11, 8.00-10.00 !!!**

**Föreläsning 19, tor 1/11, 13-15 i M1** Kurssammanfattning, repetition.

**Föreläsning 20, fre 2/11, 10-12 i Q1** Genomgång av gammal tentamen.

**Övning 10, mån 5/11, 10-12** På tavlan: **1.2:** 22, **2.1:** 28, **2.2:** 8; **2.3:** 12; **2.5:** 9, 18; **3.1:** 17; **4.1:** 28; **4.2:** 14; **4.6:** 16; **7.2:** 18, 40; **7.3:** 22, 56; **7.4:** 10, 30, 44; **7.5:** 8; **8.1:** 20; **8.3:** 18; **10.1:** 2; **10.3:** 16, 28.

Själv: **1.2:** 23; **2.1:** 27; **2.2:** 21; **2.3:** 13; **2.5:** 11, 17; **3.1:** 3; **4.1:** 27; **4.2:** 15; **4.6:** 15; **7.1:** 41; **7.2:** 17, 35; **7.3:** 29, 61; **7.4:** 3, 13, 33, 45, 49; **7.5:** 7; **8.1:** 19; **8.2:** 3, 29, 39; **8.3:** 29; **10.1:** 3, 23; **10.3:** 15.