Flödet genom ytan Y i normalens riktning ges av :

$$\underset{Y}{}\ \mathbf{u} \quad \mathbf{N}dS$$

Parameterframställning av ytan $\mathbf{r} = \mathbf{r}(s,t),\ (s,t) \quad D.$

$$\mathbf{N} = \frac{\mathbf{r}_s \quad \mathbf{r}_t}{\left|\mathbf{r}_s \quad \mathbf{r}_t\right|} \text{ och } dS = \left|\mathbf{r}_s \quad \mathbf{r}_t\right| dsdt \qquad \mathbf{N}dS = \mathbf{r}_s \quad \mathbf{r}_t dsdt$$

$$\underset{Y}{}\ \mathbf{u} \quad \mathbf{N}dS = \underset{D}{}\ \mathbf{u}(\mathbf{r}(s,t)) \quad \mathbf{r}_s \quad \mathbf{r}_t dsdt$$

Sats1. (Gauss sats. Divergenssatsen.)

Låt $\mathbf{u} = (u_1, u_2, u_3)$ vara ett C^1 fält definierat i en öppen mängd i rummet. Om det kompakta området K har en rand som består av en eller flera C^1 ytor och som är orienterad med utåtriktad normal så gäller att

$$\underset{K}{}\ \mathbf{u}\ \ \mathbf{N}dS = \quad \underset{K}{}\ div\mathbf{u}dx_1dx_2dx_3$$

Låt **y** vara en punkt i ,

$B(\mathbf{y})$ ett klot med radie och medelpunkt **y**.

$$(B) = \frac{4 \quad {}^{3}}{3}$$ är klotets volym.

$$\frac{1}{(B)} {}_{B(\mathbf{y})} \, div\,\mathbf{u}(\mathbf{x})d\mathbf{x} \qquad div\,\mathbf{u}(\mathbf{y})$$ då 0.

$$div\,\mathbf{u}(\mathbf{y}) = \lim_{0} \frac{1}{\frac{4 \quad {}^{3}}{3}} {}_{B(\mathbf{y})} \, \mathbf{u} \quad \mathbf{N}dS$$

Talet $div\,\mathbf{u}(\mathbf{y})$ är ett mätetal för produktionen i en punkt $\mathbf{y}$ per volumsenhet av det strömmande mediet.

$div\,\mathbf{u}$ kallas strömningens **källtäthet** (kg/m^3s eller J/m^3s).

Vektorfält med $div\,\mathbf{u} = 0$ i hela definitionsmängden kallas **källfria.**

rotationen av vektorfältet **u** definieras som

$$rot\mathbf{u} = \frac{u_3}{x_2} \quad \frac{u_2}{x_3}, \frac{u_1}{x_3} \quad \frac{u_3}{x_1}, \frac{u_2}{x_1} \quad \frac{u_1}{x_2} = curl\mathbf{u}$$

$$rot\mathbf{u} = \begin{vmatrix} \mathbf{e}_1 & \mathbf{e}_2 & \mathbf{e}_3 \\ \frac{}{x_1} & \frac{}{x_2} & \frac{}{x_3} \\ u_1 & u_2 & u_3 \end{vmatrix}$$