

6.3.II.3

Vi ska alltså visa följande med naturlig deduktion:

$$T2, \sim \exists x(Tx \& Px \& Sx), \forall x(Tx \rightarrow (Px \vee Sx)) \vdash (P2 \& \sim S2) \vee (S2 \& \sim P2).$$

(Här har vi: T_{-} är ett tal, P_{-} är primtal, S_{-} är sammansatt)

1	(1)	$T2$	premiss
2	(2)	$\sim \exists x(Tx \& Px \& Sx)$	premiss
3	(3)	$\forall x(Tx \rightarrow (Px \vee Sx))$	premiss
3	(4)	$T2 \rightarrow (P2 \vee S2)$	3 $\vee E$
1,3	(5)	$P2 \vee S2$	4,1 $\rightarrow E$
6	(6)	$\neg P2$	antagande
7	(7)	$\neg S2$	antagande
1,6	(8)	$T2 \& P2$	1,6 $\&I$
1,4,7	(9)	$T2 \& P2 \& S2$	8,7 $\&I$
1,6,7	(10)	$\exists x(Tx \& Px \& Sx)$	9 $\exists I$
1,2,6,7	(11)	\perp	2,10 $\sim E$
1,2,6	(12)	$\sim S2$	7,11 $\sim I$
1,2,6	(13)	$P2 \& \sim S2$	6,12 $\&I$
1,2,6	(14)	$(P2 \& \sim S2) \vee (S2 \& \sim P2)$	13 $\vee I$
15	(15)	$\neg S2$	antagande
16	(16)	$\neg P2$	antagande
1,16	(17)	$T2 \& P2$	1,16 $\&I$
1,15,16	(18)	$T2 \& P2 \& S2$	17,15 $\&I$
1,15,16	(19)	$\exists x(Tx \& Px \& Sx)$	18 $\exists I$
1,3,15,16	(20)	\perp	2,19 $\sim E$
1,2,15	(21)	$\sim P2$	16,20 $\sim I$
1,2,15	(22)	$S2 \& \sim P2$	15,21 $\&I$
1,2,15	(23)	$(P2 \& \sim S2) \vee (S2 \& \sim P2)$	22 $\vee I$
1,2,3	(24)	$(P2 \& \sim S2) \vee (S2 \& \sim P2)$	5,6,14,15,23 $\vee E$