

$$A \leftrightarrow (A \rightarrow B)$$

Svar till KS1 i Logik för D1 m.fl., 26 mars 2007

**A1a)** Vi har  $B$ : "Britta ler",  $J$ : "Jan gäspar",  $R$ : "Det regnar".  
Så "Britta ler inte eller Jan gäspar (eller båda) bara om det regnar"  
blir " $\sim B$  eller  $J$  (eller båda) bara om  $R$ ", dvs  $p : (\sim B \vee J) \rightarrow R$   
och "Britta ler om och endast om det både är så att Jan inte gäspar och att det regnar"  
blir " $B$  om och endast om det både är så att  $\sim J$  och att  $R$ ", dvs  $q : B \leftrightarrow (\sim J \& R)$   
**b)** Sanningsvärdestablerna blir (med sanningsvärdena för  $p, q$  inramade):

$B$	$J$	$R$	$(\sim B \vee J) \rightarrow R$			$B \leftrightarrow (\sim J \& R)$		
1	1	1	0	1	1	0	0	0
1	1	0	0	1	0	0	0	0
1	0	1	0	0	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	0	1	0
0	1	1	1	1	1	1	0	0
0	1	0	1	1	0	1	0	0
0	0	1	1	1	1	0	1	1
0	0	0	1	1	0	1	1	0

**c)** Eftersom det finns tolkningar (rader) där  $p$  har värdet 1 och  $q$  värdet 0 (t.ex. rad 1), gäller  $p \not\models q$ , dvs  $p \models q$  gäller **inte**.

**B1a)** Vi har  $K$ : "Kalle skrattar",  $L$ : "Lisa sover",  $S$ : "Det snöar".  
Så "Kalle skrattar om och endast om det både är så att Lisa inte sover och att det snöar"  
blir " $K$  om och endast om det både är så att  $\sim L$  och att  $S$ ", dvs  $p : K \leftrightarrow (\sim L \& S)$   
och "Kalle skrattar inte eller Lisa sover (eller båda) bara om det snöar"  
blir " $\sim K$  eller  $L$  (eller båda) bara om  $S$ ", dvs  $q : (\sim K \vee L) \rightarrow S$ .  
**b)** Sanningsvärdestablerna blir (med sanningsvärdena för  $p, q$  inramade):

$K$	$L$	$S$	$K \leftrightarrow (\sim L \& S)$			$(\sim K \vee L) \rightarrow S$		
1	1	1	0	0	0	0	1	1
1	1	0	0	0	0	0	1	0
1	0	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	1	0	0	0	1
0	1	1	1	0	0	1	1	1
0	1	0	1	0	0	1	1	0
0	0	1	0	1	1	1	1	1
0	0	0	1	1	0	1	1	0

**c)** Eftersom det finns tolkningar (rader) där  $p$  har värdet 1 och  $q$  värdet 0 (t.ex. rad 6), gäller  $p \not\models q$ , dvs  $p \models q$  gäller **inte**.

**A3)** Vi skall visa att  $A \rightarrow \sim(B \& C) \vdash (A \& B) \rightarrow \sim C$ .  
Idé: För att visa implikationen, antar vi  $A \& B$ . Antag så  $C$  och få motsägelse, så om  $A \& B$  så  $\sim C$ , så det önskade HL.

1	(1)	$A \rightarrow \sim(B \& C)$	premiss
2	(2)	$A \& B$	antagande
3	(3)	$C$	antagande
2	(4)	$A$	2 &E
1,2	(5)	$\sim(B \& C)$	1,4 $\rightarrow$ E
2	(6)	$B$	2 &E
2,3	(7)	$B \& C$	6,3 &I
1,2,3	(8)	$\perp$	5,7 $\sim$ E
1,2	(9)	$\sim C$	3,8 $\sim$ I
1	(10)	$(A \& B) \rightarrow \sim C$	2,9 $\rightarrow$ I

Eftersom den önskade sentensen på rad 10 bara beror av premissen på rad 1, är beviset klart.

**B3)** Vi skall visa att

$(A \& B) \rightarrow \sim C \vdash B \rightarrow \sim(A \& C)$ .

Idé: För att visa implikationen, antar vi  $B$ . Antag så  $A \& C$  och få motsägelse, så om  $B$  så  $\sim(A \& C)$ , så det önskade HL.

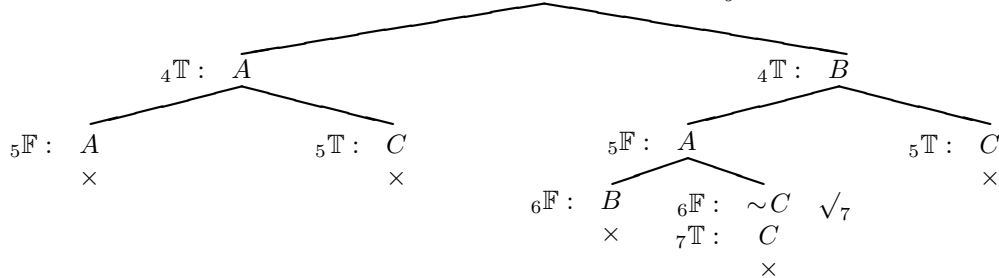
	1	(1)	$(A \& B) \rightarrow \sim C$	premiss
	2	(2)	$B$	antagande
	3	(3)	$A \& C$	antagande
	3	(4)	$A$	3 &E
	2,3	(5)	$A \& B$	4,2 &I
	1,2,3	(6)	$\sim C$	1,5 $\rightarrow$ E
	3	(7)	$C$	3 &E
	1,2,3	(8)	$\perp$	6,7 $\sim$ E
	1,2	(9)	$\sim(A \& C)$	3,8 $\sim$ I
	1	(10)	$B \rightarrow \sim(A \& C)$	2,9 $\rightarrow$ I

Eftersom den önskade sentensen på rad 10 bara beror av premissen på rad 1, är beviset klart.

**A2)** För att avgöra om  $A \vee B, (A \rightarrow C) \& \sim(B \& \sim C) \models D \rightarrow C$  söker vi ett motexempel, dvs en tolkning som ger alla VL sanningsvärdet 1 och HL värdet 0.

Tablå:

T:	$A \vee B$	$\sqrt{4}$
T:	$(A \rightarrow C) \& \sim(B \& \sim C)$	$\sqrt{1}$
F:	$D \rightarrow C$	$\sqrt{2}$
1T:	$A \rightarrow C$	$\sqrt{5}$
1T:	$\sim(B \& \sim C)$	$\sqrt{3}$
2T:	$D$	
2F:	$C$	
3F:	$B \& \sim C$	$\sqrt{6}$

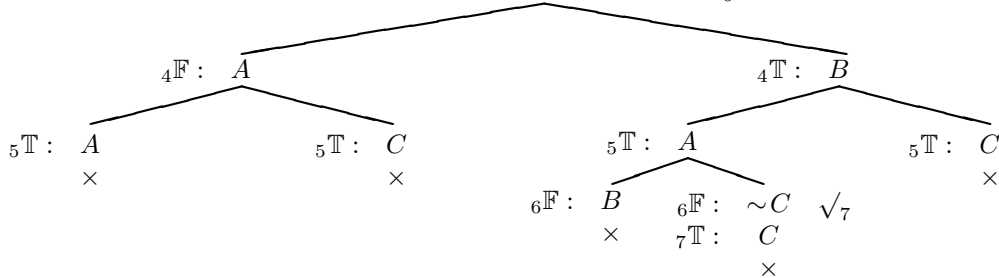


Tablå sluter sig, dvs inget motexempel finns, så **slutledningen är giltig, vi har  $\models$** .

**B2)** För att avgöra om  $A \rightarrow B, \sim(B \& \sim C) \& (A \vee C) \models D \rightarrow C$  söker vi ett motexempel, dvs en tolkning som ger alla VL sanningsvärdet 1 och HL värdet 0.

Tablå:

T:	$A \rightarrow B$	$\sqrt{4}$
T:	$\sim(B \& \sim C) \& (A \vee C)$	$\sqrt{1}$
F:	$D \rightarrow C$	$\sqrt{2}$
1T:	$\sim(B \& \sim C)$	$\sqrt{3}$
1T:	$A \vee C$	$\sqrt{5}$
2T:	$D$	
2F:	$C$	
3F:	$B \& \sim C$	$\sqrt{6}$



Tablå sluter sig, dvs inget motexempel finns, så **slutledningen är giltig, vi har  $\models$** .