KTH Matematik
B.Ek

$$\forall x\,(((A \rightarrow B) \rightarrow \curlywedge) \vee \sim\exists y\,((A \,\&\, Pxy) \rightarrow B))$$

Kontrollskrivning 3 i 5B1928 Logik för D1, version A
onsdag 10 maj 2006, klockan 13.15–14.00

Inga hjälpmedel tillåtna, inte ens formelbladet.
För godkänt krävs 5 poäng.

Bara väl motiverade lösningar ger full poäng.
Ange på omslaget att du skrivit version A!
I uppgift 2 **skall** naturlig deduktion användas.
Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.
Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

1) (3p) Ange en tolkning som visar att

$$\exists x\,\forall y\,(Pxy \vee Qxy) \nvDash \exists x\,(\forall y\,Pxy \vee \forall y\,Qxy)$$

och förklara kortfattat varför din tolkning visar påståendet.

2) (3p) Visa med naturlig deduktion (**utan** SI-regler)

$$\forall x\,\forall y\,(Rxy \rightarrow Sxy) \;\vdash\; \exists x\,\forall y\,(Sxy \rightarrow x \neq y) \rightarrow \exists x\,\sim Rxx.$$

('$x \neq y$' står förstås för '$\sim x = y$')
Om du använder någon av de kvantifikatorregler som medför särskilda villkor, ange tydligt vad villkoren säger i ditt fall.

3) (3p) Avgör (med motivering) om den binära relationen $\mathcal{R}$ mellan logiska sentenser är reflexiv, symmetrisk och/eller transitiv.

$$\mathcal{R}pq \text{ betyder } \nvDash p \vee q,$$

dvs $\mathcal{R}pq$ är sann precis om $p \vee q$ inte är en tautologi.
Det skall klart framgå av lösningen vad det innebär att $\mathcal{R}$ är reflexiv, symmetrisk respektive transitiv. Motivera för var och en av egenskaperna varför $\mathcal{R}$ har den eller finn sentenser som visar att $\mathcal{R}$ inte har den.

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan efter skrivningen.