KTH Matematik
B.Ek

$$\forall x\,(\sim(\exists y\,(B \to \sim Rxy) \to (A \to B))\;\&\;(\forall y\, Rxy \to A))$$

Kontrollskrivning 3 i 5B1928 Logik för D1, version A
måndag 7 maj 2007, klockan 13.15–14.00

Inga hjälpmedel tillåtna, inte ens formelbladet.
För godkänt krävs 5 poäng.

Bara väl motiverade lösningar ger full poäng.
Ange på omslaget att du skrivit version A!
I uppgift 2) **skall** naturlig deduktion användas.
Uppgifterna står inte säkert i svårighetsordning.
Spara alltid återlämnade skrivningar till slutet av kursen!

1) (3p) Ange en tolkning som visar att

$\forall x\,\exists y\,(x \neq y\;\&\;Qxy)\,,\;\exists x\,\exists y \sim(Qxy \leftrightarrow Qyx) \nvDash \forall x\,\forall y\,\forall z\,((Qxy\;\&\;Qyz) \to Qzx)$

och förklara kortfattat varför din tolkning visar påståendet.

2) (3p) Visa med naturlig deduktion (**utan** SI-regler)

$$\exists x\,\forall y\,Pyx \;\vdash\; \exists x \sim Pxx \to \exists x\,\exists y\,x \neq y.$$

('$x \neq y$' står förstås för ' $\sim x = y$')
Om du använder någon av de kvantifikatorregler som medför särskilda villkor, ange tydligt vad villkoren säger i ditt fall.

3) (3p) Låt $\mathcal{R}$ vara en **symmetrisk** binär relation på en mängd $\mathcal{D}$ och definiera relationen $\mathcal{R}'$ på $\mathcal{D}$ ("kedjeutvidgningen av $\mathcal{R}$") så att $\mathcal{R}'ab$ är sann omm för något $n \geq 0$ finns $c_1, c_2, \ldots, c_n \in \mathcal{D}$

med $\mathcal{R}ac_1, \mathcal{R}c_1c_2, \ldots, \mathcal{R}c_nb$ sanna ($\mathcal{R}ab$ sann om $n = 0$.)

Avgör (med motivering) om den binära relationen $\mathcal{R}'$ på $\mathcal{D}$ säkert är reflexiv, symmetrisk och/eller transitiv.
Det skall klart framgå av lösningen vad det innebär att $\mathcal{R}'$ är reflexiv, symmetrisk respektive transitiv. Motivera för var och en av egenskaperna varför $\mathcal{R}'$ måste ha den eller finn ett symmetriskt $\mathcal{R}$ vars motsvarande $\mathcal{R}'$ inte har den.

Lösningar kommer att läggas ut på kurssidan efter skrivningen.