Problemlösningstest 2 i kursen SF1642 Logik för IT2, tisdag 16 okt 2007

Skrivning 13.15–14.00, därefter rättning i grupp fram till 15.00.

Skrivningsnummer:

Skriv inte ditt namn här, utan på bifogat formulär.

Skriv lösningarna på detta papper. Inga hjälpmedel är tillåtna. För godkänt krävs väsentligt korrekta lösningar på minst två uppgifter samt att man rättat någon annans skrivning.

1. Översätt följande påstående till en predikatlogisk formel:

   Alla rika direktörer är glada, men det finns fattiga direktörer.

   Använd följande lexikon:

   $G\_:\_$ är glad,
   $R\_:\_$ är rik,
   $D\_:\_$ är direktör.

$$\forall x((Rx \& Dx) \to Gx) \& \exists x(\sim Rx \& Dx)$$

2. Avgör med tablåmetoden om

$$\exists x((Px \& Qx) \to \exists y(\sim Py \vee \sim Qy)) \models \exists x \sim (Px \& Qx).$$

$\mathbb{T}: \exists x((Px \& Qx) \to \exists y(\sim Py \vee \sim Qy)) \checkmark (1,a)$

$\mathbb{F}: \exists x \sim (Px \& Qx)$ (2,a) (7,b)

1: $\mathbb{T}: (Pa \& Qa) \to \exists y(\sim Py \vee \sim Qy) \checkmark 5$

2: $\mathbb{F}: \sim(Pa \& Qa) \checkmark 3$

3: $\mathbb{T}: Pa \& Qa \checkmark 4$

4: $\mathbb{T}: Pa$, $\mathbb{T}: Qa$

Vänster gren:

5: $\mathbb{F}: Pa \& Qa$ ×

Höger gren:

5: $\mathbb{T}: \exists y(\sim Py \vee \sim Qy) \checkmark (6,b)$

6: $\mathbb{T}: \sim Pb \vee \sim Qb \checkmark$

7: $\mathbb{F}: \sim(Pb \& Qb) \checkmark 8$

8 $\mathbb{T}: Pb \& Qb \checkmark 9$

9: $\mathbb{T}: Pb$, $\mathbb{T}: Qb$

10: $\mathbb{T}: \sim Pb \checkmark 11$ — 11: $\mathbb{F}: Pb$ ×

10: $\mathbb{T}: \sim Qb \checkmark 12$ — 12: $\mathbb{F}: Qb$ ×

Tablån sluts, alltså gäller påståendet
$\exists x((Px \& Qx) \to \exists y(\sim Py \vee \sim Qy)) \models \exists x \sim (Px \& Qx)$.

3. Visa med naturlig deduktion att

$$\sim\exists x Qx, \forall x(Px \rightarrow Qx) \vdash \sim\exists x Px.$$

1	(1)	$\sim\exists x Qx$	premiss
2	(2)	$\forall x(Px \rightarrow Qx)$	premiss
3	(3)	$\exists x Px$	antagande
4	(4)	Pa	antagande
2	(5)	$Pa \rightarrow Qa$	2 $\forall$E
2,4	(6)	Qa	5,4 $\rightarrow$E
2,4	(7)	$\exists x Qx$	6 $\exists$I
1,2,4	(8)	$\curlywedge$	1,7 $\sim$E
1,2,3	(9)	$\curlywedge$	3,4,8 $\exists$E (a ej på rad 3,8,1,2)
1,2	(10)	$\sim\exists x Px$	3,9 $\sim$I