Problemlösningstest 3 i kursen SF1642 Logik för IT2, onsdag 7 nov 2007

Skrivning 8.15–9.00, därefter rättning i grupp fram till 10.00.

Skrivningsnummer:

Skriv inte ditt namn här, utan på bifogat formulär.

Skriv lösningarna på detta papper. Inga hjälpmedel är tillåtna. För godkänt krävs väsentligt korrekta lösningar på minst två uppgifter samt att man rättat någon annans skrivning.

1. Visa med naturlig deduktion att

$$\forall x Fxx, \sim\exists x \forall y Fyx \vdash \sim\exists x \forall y (x = y \vee Fyx).$$

1	(1)	$\forall x Fxx$	premiss
2	(2)	$\sim\exists x \forall y Fyx$	premiss
3	(3)	$\exists x \forall y (x=y \vee Fyx)$	antagande
4	(4)	$\forall y (a=y \vee Fya)$	antagande
4	(5)	$a=b \vee Fba$	4 $\forall$E
6	(6)	$a=b$	antagande
1	(7)	Faa	1 $\forall$E
1,6	(8)	Fba	6,7 =E
9	(9)	Fba	antagande
1,4	(10)	Fba	5,6,8,9,9 $\vee$E
1,4	(11)	$\forall y Fya$	10 $\forall$I (b ej på rad 1,4)
1,4	(12)	$\exists x \forall y Fyx$	11 $\exists$I
1,2,4	(13)	$\curlywedge$	2,12 ~E
1,2,3	(14)	$\curlywedge$	3,4,13 $\exists$E (a ej på rad 3,13,1,2)
1,2	(15)	$\sim\exists x \forall y (x=y \vee Fyx)$	3,14 ~I

2. Visa att

$$R \text{ är symmetrisk}, \exists x \forall y Ryx \nvDash R \text{ är reflexiv}.$$

Vi gör en tolkning med punkter och pilar.

Premiss 1 säger: För varje pil finns en pil åt motsatt håll.

Premiss 2 säger: Någon punkt har pilar från alla punkter inklusive sig själv.

Slutsatsen säger: Varje punkt har en pil till sig själv.

En tolkning där premisserna är sanna men slutsatsen falsk ges av grafen

(dvs tolkningen är $D=\{\alpha,\beta\}$, $Ext(R)=\{\langle\alpha,\alpha\rangle, \langle\alpha,\beta\rangle, \langle\beta,\alpha\rangle\}$).

Alltså gäller R symmetrisk, $\exists x \forall y Ryx \nvDash R$ är reflexiv.

3. Översätt följande påstående till en predikatlogisk formel:

Det är bara Anna som inte känner Bosse.

Använd följande lexikon:

$$K\_,\_ : \_ \text{ känner } \_,$$
$$a : \text{Anna},$$
$$b : \text{Bosse}.$$

Vi kan skriva om det på följande sätt:

(Anna känner inte Bosse) och

(alla som inte känner Bosse är Anna)

Alltså blir översättningen

$$\sim Kab \;\&\; \forall x(\sim Kxb \rightarrow x = a)$$

eller ekvivalent,

$$\forall x(\sim Kxb \leftrightarrow x = a).$$