

Hjälpmedel: Inga.

Instruktioner: Tentamen består av 8 uppgifter, som ger totalt högst 24 poäng.

Lösningarna skall motiveras väl.

1. Lös ekvationssystemet

$$\begin{cases} x + y - z = 2 \\ x - 2y + z = 1 \\ 3x - y - z = 2 \end{cases}$$

(3p)

2. (a) Låt

$$v_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad v_2 = \begin{pmatrix} 7 \\ 6 \\ 4 \\ 5 \end{pmatrix}, \quad v_3 = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

Bildar v_1, v_2, v_3 en bas för \mathbb{R}^4 ?

(1p)

- (b) Uttryck, eller visa att det inte går att uttrycka,

$$w = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

som en linjärkombination av v_1, v_2, v_3 .

(2p)

3. Finn avståndet mellan linjerna

$$L_1 = \{(0, 1, 2)^t + s \cdot (1, 2, 3)^t : s \in \mathbb{R}\}$$

och

$$L_2 = \{(2, 1, 0)^t + s \cdot (4, 5, 6)^t : s \in \mathbb{R}\}.$$

(3p)

V.G.V.

4. Finn minstakvadratlösningen till

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \\ 1 \\ 5 \end{pmatrix}$$

(3p)

5. Låt

$$A = \begin{pmatrix} 5 & -3 \\ 6 & -4 \end{pmatrix}$$

Beräkna A^7 , (3p)

6. Definiera en avbildning från \mathbb{R}^3 till \mathbb{R}^3 genom spegling i planet $x + y + z = 0$. Finn matrisen som svarar mot denna avbildning. (3p)

7. Låt $x_1(n)$ beteckna antalet invånare som bor i städer år n , låt $x_2(n)$ beteckna antalet invånare som bor i förorter år n , och låt $\bar{x}(n) = (x_1(n), x_2(n))^t$. Enligt SCB är sambandet mellan $\bar{x}(n+1)$ och $\bar{x}(n)$ givet av

$$\bar{x}(n+1) = \begin{pmatrix} 0.96 & 0.01 \\ 0.04 & 0.99 \end{pmatrix} \bar{x}(n).$$

Givet att $\bar{x}(0) = (9000, 41000)^t$, beskriv vad som händer med befolkningsfördelningen då $n \rightarrow \infty$. (Se exempel 7.18.) (3p)

8. Använd dig av att 21375, 38798, 34162, 40223, 79154 alla är delbara med 19 för att visa att determinanten

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 3 & 7 & 5 \\ 3 & 8 & 7 & 9 & 8 \\ 3 & 4 & 1 & 6 & 2 \\ 4 & 0 & 2 & 2 & 3 \\ 7 & 9 & 1 & 5 & 4 \end{vmatrix}$$

är delbar med 19 *utan* att beräkna determinanten. (3p)