Tal 1 på övningslappen 3. (Talet kan tolkas som ett tröghetsmomenttal)

I sfäriska koordinater:

$$I = \int\int\int_R (x^2+y^2)dxdydz = \int_0^{2\pi}\int_{\pi/6}^{5\pi/6}\int_{a/\sin\theta}^{2a} r^2 r^2 \sin^2\theta drd\theta d\phi$$

$$= \{symmetri\} = 2\int_0^{2\pi}\int_{\pi/6}^{\pi/2}\int_{a/\sin\theta}^{2a} r^4 \sin^2\theta drd\theta d\phi = 4\pi\int_{\pi/6}^{\pi/2}\sin^2\theta\int_{a/\sin\theta}^{2a} r^4 drd\theta$$

men det ser inte så lätt ut.

Vi försöker istället med cylindriska koordinater:

$$\begin{aligned}
I &= \int_0^{2\pi}\int_a^{2a}\int_{-\sqrt{4a^2-r^2}}^{\sqrt{4a^2-r^2}} r^2 rdzdrd\phi = \\
&= 2\pi\int_a^{2a} r^3 2\sqrt{4a^2-r^2}dr = \\
&= \{\text{låt } u = 4a^2-r^2, \text{ så } du = -2rdr\} = \\
&= -2\pi\int_{3a^2}^{0}(4a^2-u)\sqrt{u}du = \\
&= 2\pi\int_0^{3a^2}(4a^2-u)\sqrt{u}du = 2\pi\left[4a^2\frac{u^{3/2}}{3/2} - \frac{u^{5/2}}{5/2}\right]_0^{3a^2} \\
&= 44\sqrt{3}\pi a^5/5.
\end{aligned}$$

=Svar.

2-0...